Stafford

Elementos

Mathematicos

Do Substituto do Mre. da Mathe-
matica do Collº. de Coimbra da
Compª de JESUS.


ELEMENTOS
MATHEMATICOS
POR EL PADRE
IGNACIO STAFFORD
De la Compañia de
IHS
A la Nobleza
LVSITANA,
En la Real Academia
Mathematica,
DEL COLLEGIO DE S. ANTÕ
DE LA COMPAÑIA DE IESVS
DE LISBOA.
En Lisboa Año de cIↄ Iↄ C XXXIV
Agustin Soares fecit

ELEMENTOS MATHEMATICOS:

POR EL PADRE
YGNACIO STAFFORD
De la Compañia
DE
IESVS.

A LA
NOBLEZA
LVSITANA:
En la Real Academia
Mathematica,
DEL COLLEGIO DE S. ANTON
De la Compañia de IESVS
DE LISBOA.

EN LISBOA, En la imprenta de Mathias
Rodrigues. Año de CIↃ IↃC XXXIV.

LICENCIAS.

Licencia del P. Prouincial de la Compañia de Iesus en Portugal.

EV Luis Lobo, Prouincial da Cõpanhia de Iesu em Portugal: por particular comissaõ, que pera isso tenho do muyto Reuerendo Padre Mucio Vitellesche, Preposito Geral da mesma Companhia: dou licença que se imprima o liuro intitulado *Elementos Mathematicos*, pollo Padre Ygnacio Stafford da mesma Companhia. O qual foy visto, examinado, & aprouado por pessoas doutas da mesma Companhia. Em testemunho do qual, dei esta por mim assinada, & sellada com o sello de meu officio. Em Lisboa a os 25. de Mayo de 634.

Luis Lobo.

Licencia de la santa y suprema Inquisicion de Portugal.

V*I este liuro intitulado*, Elementos Mathematicos, *pello Padre Ygnacio Stafford Ingles*

¶ da

da Companhia de Iesu, Lente de Mathematica em o Collegio de S. Antão. Não tem cousa contra nossa santa Fè & bons costumes: antes o Autor scientificamente trata, não so da Geometria, que se termina em o sexto elemento; se não tambẽ da Stereometria no vndecimo: discorrendo em todos, & em cada hũ delles, por difinições y proposições, propondo exemplos de figuras Mathematicas demonstratiuas do q̃ nas regras ensina.

Quæ claudunt gyro grándia sensa breui.

Paresseme que se lhe deue conceder licença, para que possa imprimir este seu compendio Mathematico; porque serà de muita vtilidade & proueito, pella muita falta que ha neste Reyno desta faculdade. Lisboa em o Conuento de Nossa Senhora de Iesu, em 8. de Iunho de 634.

Fr. Francisco de Paiua Calificador.

E*stes* Elementos Mathematicos *do Reuerẽdo Padre Mestre Ygnacio Stafford, me parece que deuem ser impressos, como diuida ao fruito que fizerão na nobreza Lusitana, a que o Autor os offerece. Porque a redusirão ao estudo de hũa sciẽcia tão certa como a Mathematica; & porque no siguimento della se consiguẽ grandes proueitos, he bem que se estampem. Em S. Domingos, Lixboa em 26. de Iunho de 634.*

Fr. Ayres Correa Calificador do Conselho Geral.

Vista

VIstas as informações, podese imprimir este liuro dos *Elementos Mathematicos*: & depois de impresso tornarâ a este conselho conferido com seu original, pera se dar licença pera correr: & sem isso não correra. Lixboa 27. de iunho de 634.

G. Pereira. D. Ioão da Silua. Francisco Barreto. Manoel da Cunha. Fr. Ioão de Vasconcellos.

Licencia del Ordinario.

DOu licença pará se poder imprimir este liuro, que tem por titulo: *Elementos Mathematicos*, composto pello Padre Ygnacio Stafford da Companhia de Iesu. Lixboa 30 de Iunho de 634.

Ioão Bezerra Iacome, Chantre de Lisboa.

Licencia del Rey.

V*I este liuro intitulado* Elemẽtos Mathematicos, *composto pello Padre Ygnacio Stafford Ingles da Companhia de Iesus: & não tẽ cousa por onde se não deua de imprimir; antes muita erudição & doutrina, pera os curiosos da Geometria de q̃ consta. & sciencias Mathematicas a que serue. Pello q̃ se lhe deue conceder a licença que pede. Lixboa 5. de Iulho de 634.*

O Cosmographo Mor Antonio de Mariz Carneiro.

QVe se possa imprimir este liuro intitulado *Elementos Mathematicos*, vistas as licẽças do S. Officio, & ordinario; & a informação q̃ se ouue pello Cosmographo Mór. e depois de impresso tornarâ a esta mesa pera se taxar, & sem isso não correrâ. Lixboa 7. de Iulho 634.

Cabral. Salazar. Barreto. Luis Barreto.

VIsta a conferencia pode correr este liuro de Elemẽtos Mathematicos. Em Lisboa 1. de Setembro de 1634.

G. Pereira. Francisco Barreto. Manoel da Cunha.

Taixão este liuro a oitenta reis em papel. Lisboa 23. de Setembro de 634.

Cabral. Salazar. Barreto. Luis Barreto.

ERRATAS.

Pag. 11. l. 22. *CB*; EB. p. 17. l. 15. *dada*; dadas. p. 50. l. 7. *BDkG*; EDkG. l. 16. FG; FH. p. 51. l. 11. *DAB*; DBA. p. 62. l. 10. *corte*; que corte. l. 13. *ABG en B*; DEF. p. 68. l. 15. *DE*; DG. p. 71. l. 20. *HC*; kG. p. 82. l. 11. *ABC, ACB*; ABE, ACE. l. 26. *BCHI*; BCGI. pag. 83. l. 15. *CH*, CG. l. 25. *rectos*; rectas. *los*; las. p. 106. l. 9. *diatesseron*; diatessaron. l. 10. *diapson*; diapason. p. 115. l. 7. *B*; D. p. 125. l. 18. *E*; B. p. 145. l. 16. *HD*; BD. p. 147. l. 3. *GD*; CE. l. 12. DCB; DCE. p. 161. l. 15. *EG*; IG. p. 173. l. 19. *LQ*; LO. p. 174. l. 14. *recta*; recto.

ELEMENTOS *MATHEMATICOS,*

Por el Padre

YGNACIO STAFFORD

De la Compañia de

IESVS.

LECTOR

EL desseo cõ que affectadamẽte ciño en breue compendio, la sciencia mas illustre de las humanas; me yua persuadiendo, a que te saludasse cõ demõstraciones geometricas, descuidado de las acostũbradas cortesias de los exordios: quãdo aduerti, que el sosiego de los escrupulos con que te preuengo, no passaria de moderado diuertimiento.

Doy nombre de Mathematicos, no de Geometricos, a los Elemẽtos q̃ te presento: por hablarte ẽ terminos mas proprios; pues las demas partes de la Mathematica dependen dellos, mas que la Geometria, que consiste en los seis primeros: y en terminos que

les

los comprehendan a todos; porque el vndecimo contiene lo mas forçoso de la Stereometria.

Y porque las prolixas repeticiones, que en los mas Autores inculcan sus demonstraciones; desmayan al Principiante, y enfadan al Perito: trabajo por resumirlas en palabras pocas, y proprias; que declaran mejor su intento a los buenos Ingenios, y asseguran mas su memoria.

Quidquid præcipies, esto breuis: vt cito dicta
Percipiãt animo dociles, *teneãtq; fideles.* Hor.

Luego la breuedad que affecto, es el reconocimiento que deuo a la excelencia, q̃ venero, en los lucidissimos Ingenios, de LA ILLVSTRISSIMA NOBLEZA LVSITANA; a cuyo nõbre consagro el presente trabajo, originado del poderoso imperio de sus ruegos. Y es la Apologia q̃ me absuelue de la falta de Dedicatoria; de que por ventura tu imaginacion me calumnia, si a caso no consideras, que sus muchas y auentajadas perfeciones, son superiores a los mas estẽdidos Panegyricos: y que la sola inscripsion, es la Dedicatoria mas graue, y generosa.

Si difficultares alguna de mis demõstraciones, no culpes su poco numero de palabras; sino tu priessa importuna en te adelãtar sin la luz de las precedentes: por igno-

ra.

tar, que la sciencia que trato, es como cadena de oro, de proposiciones eslabonadas. Es lo mas precioso, el esmalte de la Philosophia; y libra su estimacion en el artificio y quilates, no en la cantidad. Es (dize Platon.l. 7. de rep.) el Recreo, el Buen Retiro, en que los grandes Ingenios aliuian el hastio de las otras sciencias; y mas Iardin regalado, que Monte inculto.

Y porque es sumamente necessaria, por las vtilidades q̄ encierra; y por lo mucho q́ importa las sciencias perspectiuas, la Optica, la Catoptrica, la Dioptrica, la Ichnographia, la Sciagraphia; las Architectonicas, las Militares, las Geodesias, la Arithmetica, la Musica, la Astronomia, la Astrologia, la Geographia, la Hydrographia, la Hydraulica, la Gnomica, la Statica, y las demas sciencias Mathematicas, que no dan passo acertado sin su direcion: y por lo que conduce a la Phisica, a la Medicina, a la Theologia; y aũ a la Rhetorica, y Iurispericia: es bien que ande en manos de todos, en forma tratable.

Si estrañares el methodo de las propuestas, te acuerdo, que con tal arte aplica sus assumptos a figuras particulares, (con tu mucho descanço) que las dexa en terminos generales.

Algunas vezes junto dos y mas proposiciones en la misma figura, por la dependẽcia de sus prueuas. Pero las permito la recíuida distincion de numeros, paraque las reconozcas en los libros de differentes materias, que se aprouechan dellas. Es este atajo mas descançado que breue; y de que vso mas en el quinto Elemento: porque muchos de sus Theoremas no necessitan de mas prueua, que el cotejo con los antecedentes. Y porque los de que otros dependen, distã muy poco de los primeros principios, te desuio de los intricados labyrinthos, en que algunos Authores los embaraçan, porfiãdo en illustrar a la misma luz.

No he querido desterrar las citaciones a los margenes, persuadido de que no eres Estrabon: sin que siniestro, mal podrâs con el vn ojo atender al contexto, y con otro espiar el margen.

Sus notas son las ordinarias. *constr*: quiere dezir, por la construcion. *hyp*: por la hypotesi, o supposicion. *d*. 3. 1, por la definicion tercera del primer elemento. *pr*. 4 *6*. por la quarta proposicion del sexto, &c.

Theorema, es la proposicion speculatiua, q̃ propone y demonstra alguna verdad. *Problema*, la practica, que enseña la execuciõ de alguna operaciõ, y demõstra su acierto.

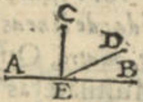
ELEMENTO PRIMERO

DEFINICIONES.

Definicion 1. Punto, *es lo que no tiene partes.* 2. Linea, *que tiene longitud solamente.* 3. Los terminos *de la linea, son puntos.* 4. Linea recta, *es la que se extiende derechamente entre sus terminos.*

5. Superficie, *es lo que tiene longitud y latitud solamente.* 6. Los terminos *de la superficie, son lineas.* 7. Superficie plana, *es la que se extiende derechamente entre sus terminos. O, con que linea recta se ajusta.*

8. Angulo plano, *es la inclinacion de dos lineas, AE, CE, que concurren en el mismo plano, en E, sin componer vna linea continuada. O, es el plano cõtenido de dos lineas, que concurren sin componer vna linea cõtinuada.*



9. Angulo rectilineo, *es el contenido de dos lineas rectas.* 10. Angulo rectilineo recto, *es el contenido de dos rectas, AB, CE, que consisten derechamente la vna sobre la otra, y hazen los angulos deinceps, CEA, CEB, iguales. Y las tales lineas se dicen* perpẽdiculares, *la vna a la otra.* 11. Angulo obtuso, *es AED, el q̃ es mayor que recto: y acuto, DEB, el que es menor que recto.*

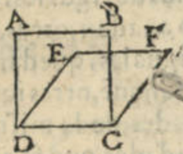
12. Figura, *es lo que se comprehende de vno, o*

mas terminos, o extremos. 13. Circulo, *es figura plana comprehendida de sola vna linea, A D B C, que se llama* peripheria; *a la qual, todas las rectas, E A, E D, E C,* &c. *que se tiran de vn su punto,* E, *son iguales: y el tal punto,* E, *se dice* cētro *del circulo.* 14. Diametro *del circulo, es qualquier recta, A B, que passando por el centro, E, remata sus extremos en la peripheria, ò circumferencia,* 15. Semicirculo, *es A C B, figura cōprehendida del diametro y semiperipheria del circulo: y* segmento del circulo, *la que se comprehende de qualquier recta, D C, y parte de la peripheria, D B C.*

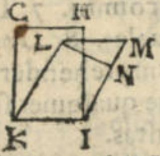
16. Figuras rectilineas, *son las comprehendidas de lineas rectas:* Trilateras, *las de tres; las de quatro,* Quadrilateras: *las demas, se dicen* Multilateras 17. Triāgulo ysopluro, o Equilatero, *es el q̄ tiene todos los tres lados iguales;* Issosceles, *el que dos; y* scaleno, *el q̄ los tiene todos tres desiguales.* 18. Triāgulo Orthogonio, o rectangulo, *es, A B C, el que tiene vn angulo, A, recto:* Ambligonio, *C E D, el que tiene vn angulo, E D C, obtuso:* Oxigonio, *F D B, el q̄ los tiene todos tres acutos.*

19. *La figura quadrilatera, A B C D, que tiene*

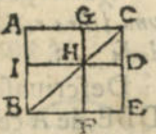
ne todos sus lados iguales, y los angulos rectos, se llama, per antonomasia, Quadrado. Y la quadrilatera, DEFC, q̃ tiene todos los lados iguales, pero no los angulos rectos, Rhombo.



20. La quadrilatera, CHIk, que es rectangula, pero no equilatera, se llama por antonomasia Rectangulo: y Rhomboides, kLMI, la que ni es rectāgula, ni equilatera; pero tiene iguales los angulos y lados oppuestos. Las demas quadrilateras, qual es, kLNI, se llaman Trapezios. 21. Lineas paralelas, son CH, kI; y, LM, kI, &c, las que tiradas en el mismo plano, no concurren por mas que se estienden.



22. Paralelogramo, es, AE, figura quadrilatera que tiene sus lados oppuestos paralelos. 23. En el paralelogramo, AE, los dos, GD, IF, se dicen existir acerca del diametro BC: los reliquos dos, IG, FD, sus complementos.



AXIOMAS.

AXioma 1. Las cantidades que son iguales a otra, son iguales entre si. 2. Cantidades iguales, q̃dã iguales, si se les quitan, o añaden, otras iguales. 3. Cantidades desiguales, quedan desiguales, si se les quitan, o añadẽ, otras iguales. 4. Los duplos, las mitades, de la misma, son iguales. 5. Las cantidades que se ajustan, son iguales. 6. Dos lineas rectas que se cortan, no tienen parte comun. 7. Todos los angulos rectos, sõ iguales. 8. Dos lineas rectas, no pueden comprehender figura. 9. El todo es mayor que qualquier su parte; y igual a todas ellas juntas.

PROPOSICIONES.

Proposicion 1. Problema 1.

Como se descriue vn triãgulo equilatero, sobre vna linea recta terminada dada, AB.

Descriuase el circulo DBE, de A centro, y semidiametrõ AB; y de B centrò, y semidiametro BA, el circulo DAC, q̃ corte DBE, ẽ D: del qual pũto, si se tirã las rectas DA, DB, el triangulo ADB, sale descripto sobre la dada AB: y es equilatero, porque DA, DB son iguales cõ AB. *d.* 13. y entre si, *ax.* 1.

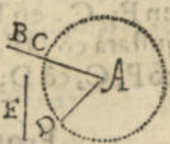
Pro-

Proposicion 2. Problema 2.

Como se tira de vn puncto dado, C, vna recta igual a otra dada, AB.

Descriuase sobre CA, el triãgulo equilatero CDA. *pr.* 1: de A centro, y semidiametro A B, el circulo B F; y el circulo EF, de D centro, y semidiametro DF, que es DA cõtinuada hasta F, pũto de la periferia BF. porque continuada DC hasta la periferia EF, CE sera la recta que se pretẽde: pues DE es igual con DF *d.* 13, CE, con AF, *ax.* 2. pero AF iguala AB, *d.* 13. luego CE, iguala AB. *ax.* 1.

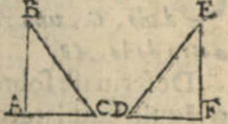
Proposicion 3. Problema 3.



Como se corta de vna recta dada mayor, AB, vn segmento igual a otra recta dada menor, E.

Apliquese al pũto A, la recta AD, igual a E. *pr.* 2. y el circulo CD, descripto de A cẽtro, y semidiametro AD, cortara de AB, AC segmento igual cõ AD *d.* 13, y con E su igual. *ax.* 1.

Propos. 4. Theor. 1.



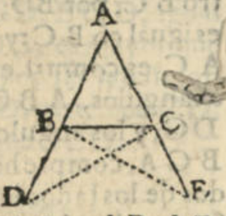
SI dos triãgulos, ABC, DEF, tienen dos lados iguales a dos, AB, BC, con FE, ED; el vno al vno, AB, con FE; y el otro, al otro, BC, con ED; y iguales los angulos, B, E, comprehendidos de los lados iguales. las bases, AC, DF, son iguales; y los reliquos angulos que los lados iguales subtenden; A con F, C con D; y el vn triangulo, ABC, igual al otro, DEF.

Porq̃ si imaginamos el triangulo ABC, tendido sobre DEF; los lados iguales AB, FE, se ajustaran: y los angulos iguales, B, E. Luego BC, cairâ sobre ED, su igual; y se ajustaran: y el extremo A, cairâ en F; C, en D. Luego la basis AC, se ajustará cõ DF, y le será igual; el angulo A, cõ F; C, cõ D; y el vn triãgulo, con el otro.

Propos. 5. Theor. 2.

LOs angulos, ABC, ACB, encima de la basis, BC, del triãgulo isosceles, ABC, son iguales: y estendidos sus lados, AB, AC, los angulos

B C E, C B D, debaxo de la basis, B C, seran iguales.



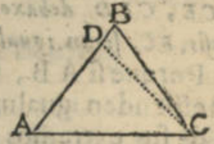
Porque si A B, A C, se estienden igualmẽte; y de sus extremos, D, E, se tirã las rectas, D C, E B; en los triangulos, A B E, A C D, los dos lados, A B, A E, seran iguales a los dos, A C, A D, a cerca del mismo comũ angulo, A: el vno cõ el vno, AB cõ AC, *hy*: y el otro al otro, A D cõ A E, *ax.* 2. Luego las bases, D C, E B, serã iguales; y los angulos, D, E; A B E, A C D, *pr.* 4. Y pues D C, es igual cõ E B; D B, con E C; y iguales los angulos cõprehendidos, D, E: los angulos, B C E, C B D, debaxo de la basis, serã iguales: y los angulos, B C D, C B E, *pr.* 4. Luego si estos se quitan de los iguales, A B E, A C D; los reliquos, A B C, A C B, encima de la basis, seran iguales.

Corr. *Luego todo triangulo equilatero, es equiangulo.*

Propos. 6. Theor. 3.

SI dos angulos, A, B C A, de vn triãgulo, A B C, son iguales: los lados, B A, B C, q̃ los subtẽdẽ, son iguales.

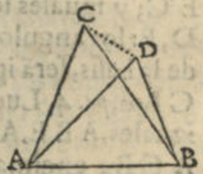
Porque si el vno, B A, es mayor que el otro



tro B C, por B D; D A es igual cõ B C: y pues A C, es comun, en los triangulos, A B C, A D C; y los angulos, A, B C A, comprehendidos de los lados iguales, D A, A C; B C, C A; son iguales, *hyp*; el triãngulo, A B C, serâ igual a su parte, A D C. *Pr*. 4.

Corr. *Luego todo triãgulo equiangulo, es equilatero.*

Propos. 7. Theor. 4.



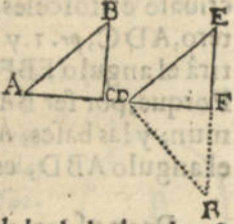
SI de los dos extremos, A, B, de vna recta, A B, se tiran otras dos, A C, B C, que se juntan en vn punto, C: no se pueden tirar otras dos para la misma banda, de C, y de los mismos terminos, A, B, que saliendo iguales con sus conterminos, se junten en punto distincto, de C.

Porque, si A D, B D, tiradas de los terminos, A, B, para la banda de C, jũtandose en D, punto distincto de C; fuerẽ iguales cõ sus conterminos, A D, con A C; B D, con B C: tirada la cõmun basis C D; el angulo

a d c,

ADC, feria igual con ACD; BCD, igual con BDC, *pr. 5.* pero BDC, es mayor que su parte ADC; el qual por ser igual con ACD, es mayor que BCD, parte de ACD. Luego BDC, es mayor que BCD.

Propos. 8. Theor. 5.



SI dos triangulos, ABC, DEF, tienen dos lados iguales a dos; AB, BC, con DE, EF; el vno con el vno, AB, con DE; y el otro con el otro, BC, con EF; y iguales las bases AC, DF: los angulos B, E, comprehendidos de los lados iguales, son iguales.

Porque, si el triangulo ABC, se imagina aplicado al triangulo DEF, como em la figura; sus bases, AC, DF, por ser iguales, coincidirã en DF. Luego rebuelto sobre el por ser los conterminos DB, DE; FB, FE iguales, *hyp*; el angulo B, se ajustara con E. *pr.* 7.

Corr. *Luego los reliquos angulos, oppuestos a lados iguales, son iguales: A, con D; C, con EFD; y el vn triangulo igual con el otro.* pr. 4.

Propos. 9. Probl. 4.

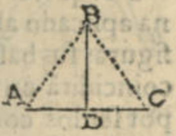
Como se parte vn ãgulo rectilineo dado, EBF, por el medio.

Tomense en sus lados, dos segmentos iguales; BA, BC, *pr.* 3. y sobre AC tirada, describase el isosceles, o equilatero, ADC, *pr.* 1. y la recta, BD, tirada, partirâ el angulo EBF, en dos partes iguales. Porque, por ser BA, igual con BC; BD comun; y las bases, AD, CD, iguales, *constr.* el angulo ABD, es igual con CBD. *pr.* 8.

Propos. 10. y 11. Probl. 5. y 6.

10. *Como se parte vna recta dada, AC, por el medio.*

11. *Como se leuanta vna perpendicular, sobre vn puncto dado, D, de vna recta dada, AC.*

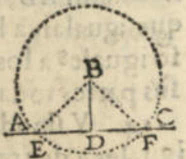


10. Descriuase sobre la recta dada, AC, vn triangulo equilatero, ABC, *pr.* 1. y la recta, BD, q̃ cortare el angulo ABC, por el medio. *pr.* 9. hará lo mismo cõ AC. Pues por ser BA, igual con BC; BD, comun; y

los angulos ABD, CBD, iguales, *constr:* las bases, AD, CD, lo seran. *pr.* 4.

11. Tomense del punto D, en AC, los segmentos iguales, DA, DC, *pr.* 3. y formese sobre AC, el equilatero, ABC, *pr.* 1. Pues por ser AD, igual con CD; AB, con CB. *constr;* y DB tirada, comun: los angulos BDA, BDC, seran iguales, y rectos, *corr. pr.* 8 y BD perpendicular, *Def.* 10.

Propos. 12. Probl. 7.



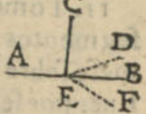
C*omo se tira vna perpendicular a otra recta dada, AC, de vn punto dado, B, fuera della.*

Descriuase sobre B centro, vn circulo, que corte AC, en E, F. Partase EF por el medio, en D, *pr.* 10. y BD tirada, será la perpendicular del problema. Pues por ser los lados, ED, CD, iguales, *con.* BD comũ, y iguales las bases tiradas, EB, CB, *d.* 13. los angulos BDE, BDF, seran iguales y rectos, *pr.* 8. y BD, la perpendicular. *d.* 10.

Prop. 13. y 14. Theor. 6. y 7.

13 L*A recta CE, o, DE, que consiste sobre otra*

AB, haze con ella dos angulos rectos, o dos iguales a dos rectos.



14. *Si dos rectas, EA, EB, tiradas para bandas diuersas, de vn punto, E. de otra recta, CE: hazen con ella dos angulos deinceps, CEA, CEB, iguales a dos rectos; componen vna recta continuada, AEB.*

13. Porque si la consistente, como CE, es perpendicular a la otra, AB; los angulos CE A, CEB, que con ella haze, son rectos, *d*, 10. Y si no es perpendicular, qual DE; haze con AB, los dos angulos, DEA, DEB; que igualan a los tres CE A, CED, DEB, q̃ sõ iguales a los rectos, CEA, CEB, por ser sus partes todas, *ax. 9.*

14. Y siendo los angulos, CEA, C E B, iguales a dos rectos; si E A, EB, no componen vna recta continuada, AEB: demos q̃ EA, con otra mas alta, E D, cõponga vna recta, A E D: pues los angulos, CEA, C E D, parte de los angulos CE A, CE B, que son iguales a dos rectos, *hyp*, les igualaran, *pr.* 13. Y si E A, compone con E F, linea mas baxa, vna recta AEF; los angulos, CEA, CEF, seran iguales a dos rectos, *pr.* 13; y a su parte, los angulos, CEA, C E B, que igualan a dos rectos, *hyp.*

Pro-

Propos. 15. Theor. 8.

S*I dos rectas, AC, BD, se cortan; hazen iguales, los angulos oppuestos en el vertice, E: AED, igual con BEC; AEB, con DEC.*

Porque, AED, hace con DEC, dos angulos iguales a dos rectos; y lo mismo hace BEC, con DEC, *pr.* 13. Luego AED, es igual cō BEC. *ax.* 2. De la misma suerte se prueua ser AEB, iguál con DEC.

Corr. *Luego los quatro angulos en el vertice* E, *y todos los que se les añadieren, son iguales a quatro rectos.*

Propos. 16. Theor. 9.

Q*Valquier angulo externo, HAB, IAC, de vn triangulo, ABC; es mayor que qualquier su interno oppuesto; ABC, o, ACB.*

Estiendanse las rectas cōtinuadas, y iguales, CE, EG; BD, DF; por los puntos, E, D, medios de los lados, AB, AC, *pr.* 10. y la recta, GF. En los triangulos, GEA, CEB, el lado EA, será igual con EB; EG, con EC,

constr.

constr. Y los angulos, AEG, BEC, comprehẽdidos de los lados iguales, serã iguales *pr.* 5. Luego el ãgulo GAE, parte del externo [illegible]AB, serâ igual al interno oppuesto, EBC, *pr.*4. Y de la misma suerte se prueua ser el interno oppuesto, ACB, igual cõ FAD, parte del externo, IAC. Pero I A C, es igual con HAB, *pr.*15, Luego es tambien mayor, que ABC: y HAB, mayor que ACB.

Corr. *Luego* 1. *qualquier externo, IAC, es igual a los internos oppuestos entrambos juntos. Porq̃ consta ya que su parte FAC, es igual con ACB: y la reliqua parte, IAF, iguala al angulo, GAE,* pr. 15. *que es igual cõ ABC. Y lo mismo de la misma suerte se prueua del externo, HAB; y porqu es igual cõ IAC,* pr. 15. 2. *los tres angulos internos de qualquier triãgulo, ABC, son iguales a dos rectos. Pues igualan a los tres, IAF, FAC, CAB, que son iguales a dos rectos,* pr. 13.

Propos. 17. Theor. 10.

C*valesquier dos angulos internos de vn triangulo, ABC, son menores que dos rectos.*

Porque el angulo externo DBA, con el interno ABC, iguala a dos rectos; *pr.* 13. Pero DBA, es mayor que C, *pr.* 16. Lue-

16. Luego los dos internos, C, ABC, ſon menores que dos rectos. del miſmo modo, lo miſmo conſta de los reliquos: de C, con BAC; y de ABC, con BAC.

Corr. *Luego 1. en vn triangulo, no puede auer mas que vn angulo recto, o obtuſo. 2. Los dos angulos en la baſis del Iſoſceles, y los tres del equilatero, ſon acutos. 3. De vn punto fuera de vna recta, ſe puede tirar para ella vna ſola perpēdicular.*

Propoſ. 18. y 19. Theor. 11. y 12.

18. *EL mayor lado, AB, de vn triangulo, ABC; ſubtende mayor angulo, q̄ el menor, BC.*

19. *Y el mayor angulo, BCA; ſe oppone a mayor lado que el menor, A.*

18. Porque ſi en el lado mayor, AB, ſe toma DB, igual cō BC; tirada la baſis, DC: el angulo BDC, ſerá igual con BCD, *pr.* 5. Pero es mayor que A. *pr.* 16. Luego BCA, mayor que ſu parte BCD, es mayor que A.

19. Y ſiendo el angulo BCA, mayor q̄ A, ſi el lado AB, al qual ſe oppone, no es mayor que BC, al qual A ſe oppone; es menor, o igual: ſi menor, BCA ſerá menor q̄ A, *pr.* 18. ſi igual, los miſmos angulos lo ſe-

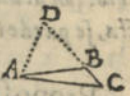
ran

ran, *por la propoſicion 5.*

Corr. *Luego 1, todos los angulos del ſcaleno ſõ deſiguales. 2. Entre las rectas que ſe tiran de vn pũto a otra recta, la perpendicular, ſerà la mas breue*

Propoſ. 20. Theor. 13.

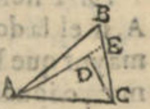
Q*ualeſquier dos lados de vn triangulo, A B C, ſon mayores que el tercero.*



Porque cõtinuado CB, haſta que BD iguale a AB; y tirada la baſis AD: el angulo BDA ſerà igual con BAD *pr.* 5 y menor que CAD, que es mayor que BAD, ſu parte. Luego DC, ſerá mayor que AC, *pr.* 19. Però es igual a los dos, AB, BC; por ſer DB igual con AB, *conſt*; y BC comun. Luego AB, BC, juntos, ſon mayores que AC, el tercero.

Propoſ. 21. Theor. 14.

L*os dos lados, AD, CD, que leuantados de los extremos de vn lado, AC, de vn triangulo, ABC; ſe juntan dentro del, en D; ſon menores que los reliquos lados, AB, CB, del miſmo triãgulo, ABC. Pero comprehenden angulo*

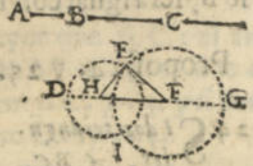


gulo, D, mayor que, B, el angulo que los reliquos lados, AB, CB, comprehenden.

Si A D, se estiende hasta E; A B, BE, serã mayores q̃ A E, *pr.*20. Luego A B, BC, seran mayores que AE, EC. Pero AE, EC, son mayores que AD, DC: pues EC, ED, son mayores que DC, *pr.*20. Luego AB, BC, son mayores q̃ AD, DC. Pero el angulo D, es mayor que DEC; y este mayor que B, *pr.* 16.

Propos. 22. Problem. 8.

Como se forma vn triangulo de lados iguales a tres rectas dadas, A, B, C: vno a vna, otro a otra, y otro a otra.



El problema suppone, que dos qualesquier de las rectas dadas, exceden a la tercera, *pr.*20. Tomese en DG; DH, igual con A; HF, con B: FG, con C; *pr.* 3. Describase de H centro, y HD semidiametro, el circulo, DEI: de F centro, FG semidiametro, el circulo GEI. Pues el lado EH, tirado de E, pũto de la intersecciõ, al centro H, será igual con HD, o con A; EF, igual con FG, o con C, *d.* 13: y HF, igual con B, *constr.* y el triangulo HEF, qual el problema pide.

Propoſ. 23. Probl. 9.

Como ſe forma en vn pũto dado, B. de vna recta dada, AB vn angulo rectilineo, igual a otro dado E.

Tireſe la recta DF, q̄ corte los lados del angulo rectilineo dado: y formeſe el triangulo ABC equilatero con DEF, *pr.22.* y el angulo B, ſera igual con E, *pr.8.*

Propoſ. 24. y 25. Theor. 15. & 16.

24 *SI dos triangulos, ABC, DEF, tienen dos lados iguales cõ dos AB, BC; con DE, EF; el vno con el vno, AB, con DE; y el otro con el otro, BC con EF; y el vn triangulo, DEF, tiene el angulo, E, comprehendido de ſus lados iguales, mayor que el angulo, ABC, comprehendido de los lados iguales del otro, ABC: tiene la baſis, DF, mayor que, AC, la baſis del otro.*

25. Y ſi tiene la baſis, DF, mayor que, AC, la

baſis

basis del otro; el angulo, E, comprehendido de sus lados iguales, es mayor q̃ el angulo, ABC, cõprehẽdido de los lados iguales del otro triãgulo, ABC.

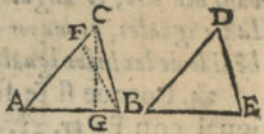
24. Porque si se forma el angulo ABG, igual con E, *pr.* 23. y BG, igual con EF; la basis AG, será igual con DF, *pr.* 4. Pero es mayor que AC. porque tirada la basis CG; por ser BG, igual con BC, *constr*; el angulo BCG, será igual con BGC, *pr.* 5. Pero ACG, es mayor que BCG, su parte. Luego es mayor que BGC, y que AGC, su parte. Luego AG, o, DF su igual, es mayor que AC, *pr.* 19.

25. Y si DF, es mayor que AC; el angulo E, es mayor que ABC. pues si le es igual, DF es igual con AC, *pr.* 4. y si menor, AC es mayor que DF, *pr.* 24.

Propos. 26. Theor. 17.

SI dos triãgulos, ABC, BED, tienen dos angulos iguales con dos: A, ABC: con B, E; el vno con el vno: A, con B; y el otro con el otro: ABC, con E; y iguales los lados adjacentes, AB, BE: o sendos lados que subtenden los angulos iguales: AC, con BD: o, BC, con ED: Los reliquos angulos, ACB, D, son iguales; y los reli-

quos lados; el vno al vno, y el otro al otro.



Porq̃ si el angulo A, es igual cõ B; ABC, cõ E; y el adiacente AB, con BE: AC es igual con BD. Pues si es mayor, y AF su segmento tomado, igual; la basis FB es igual con DE, y el angulo ABF, parte de ABC, igual con E, *pr*. 4. contra la *hyp*. y si es menor, hecha la misma construcion en BD, se hallara el mismo impossible. Pero, si AC, es igual cõ BD; CB es igual cõ DE, y el angulo ACB, igual con D, *pr*. 4. Y si el angulo A, es igual con B; CBA, con E; y el lado AC, con BD: AB, es igual cõ BE. Pues si es mayor; y su segmento AG igual con BE; el angulo AGC, es igual cõ E, *pr*. 4. y mayor: pues es mayor que ABC, *pr*. 16, su igual *hyp*. y si menor, hecha la misma construcion en BE, se halla el mismo inconueniẽte. Luego AB, es igual con BE; y CB cõ DE; y el angulo ACB, igual con D. *pr*. 4.

Propos. 27. y 28. Theor. 18. y 19.

27. *Si vna recta EF, cortando otras dos, AB, CD; haze cõ ellas angulos alternos CHG,*

BGH, iguales: las tales rectas, AB, CD, son paralelas.

28. Y tambien; si haze angulo externo, EGA, igual con, CHG, el interno y opuesto por la misma banda: o dos internos por la misma banda, AGH, CHG, iguales a dos rectos.

27. Porque siendo los alternos, CHG, BGH, iguales, si AB no es paralela cõ CD, continuadas concurriran por vna de las bandas, digamos en I, y GIH será triangulo; y el angulo CHG, mayor que BGH. *pr.* 16.

28. Y si EGA, igual con BGH, *pr.* 15. es igual con CHG; los alternos, CHG, BGH, son iguales; y AB, CD, paralelas, *pr.* 27. y si CHG, con AGH, iguala a dos rectos, es igual a su externo AGE, el qual con AGH iguala a dos rectos *pr.* 13. y AB, CD, paralelas.

Propos. 29. Theor. 20.

SI vna recta, EF, corta otras dos paralelas, AB, CD; haze con ellas angulos alternos iguales; los externos y internos de la misma banda, iguales; y los internos de la misma banda, iguales a dos rectos.

 Por-

Porque los quatro internos, que E F haze con AB, CD, sõ iguales a quatro rectos. *pr.* 13. Luego si los internos, AGH, CHG, son mayores, o menores que dos rectos; AB, CD, distan mas por la vna banda, que por la otra, y no son para lelas. Y si son iguales a dos rectos, el externo EGA, que haze con AGH, dos rectos *pr.* 13. es igual cõ el interno oppuesto por la missma banda, CHG: y BGH, que es igual cõ EGA, *pr.* 15, es igual con su alterno, CHG.

Proposicion 30. Theor. 21.

S*I dos rectas, AB, EF, son paralelas a otra tercera, CD; son paralelas entre si.*

Porque si AB, es paralela con CD; el angulo externo I, es igual al interno oppuesto k, *pr.* 29. y si EF, es paralela con CD: el externo k, es igual al interno oppuesto L, *pr.* 29. Pero si el angulo I, es igual con k: k, con L; I es igual con L, *ax.* 1. y AB es paralela cõ EF, *pr.* 28.

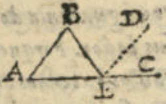
Propos. 31. Probl. 10.

Como se tira de vn punto dado, E, vna recta paralela con otra dada, CD.

Tirese vna recta EF, de qualquier suerte, del punto dado E, q̃ corte y haga angulo con la recta dada, CD. y formese vn angulo, AEF, igual con el alterno, DFE *pr.* 23. pues AEB, será la paralela que se pide, *pr.* 27.

Propos. 32. Theor. 22.

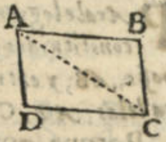
El angulo externo, BEC, de qualquier triangulo, ABE: es igual a los dos internos oppuestos, A, B. y los tres internos, A, B, AEB, igualan a dos rectos.



Porque tirada DE, paralela con AB; el externo, DEC, será igual al interno A: y DEB, al alterno B, *pr.* 29. Luego el externo, BEC, iguala a los dos internos oppuestos, A, B. Pero los tres angulos, BEA, BED, DEC, igualan a dos rectos, *pr.* 15. Luego, pues DEC, es igual con A; DEB, con B; y AEB, es comun: los tres internos del triangulo AEB, igualan a dos rectos.

Corr. Luego 1. los dos āgulos en la basis del isosceles rectangulo, son semirectos. 2. Los tres angulos de qualquier triāgulo, igualā a los de otro. Y quādo los dos del uno sō iguales a los dos del otro, los reliquos lo sō. 3. quādo dos āgulos de vn triāgulo, jūtos igualā al tercero, este es recto. 4. Qualquier angulo de triāgulo equilatero, es vna tercera parte de dos rectos. 5. Los quatro angulos de qualquier quadrilatero, igualan a quatro rectos: pues su diametro le reparte en dos triangulos. 6. Los angulos internos de qualquier figura rectilínea, igualan a tantas veces dos rectos, quantos son sus angulos, o lados; menos dos. Porque se puede repartir en tantos triangulos, quantos son sus lados, o angulos, menos dos. 7. Los angulos internos, y externos, de qualquier rectilineo, juntos igualan a dos veces tantos rectos, quantos son sus lados. Porque tiene tantos angulos internos, y tantos externos, quantos lados tiene, y cada externo con su interno deinceps, iguala a dos rectos. 8. Los angulos externos de qualquier rectilineo, igualan a quatro rectos. Porque los internos igualan a dos veces tantos rectos, quantos son sus lados, menos dos; y los internos y externos, a dos veces tantos rectos, quantos son sus lados. 9. Si de vn angulo de triangulo equilatero, se tira vna recta perpēdicular al lado opuesto: le reparte en dos scalenos; de los quales, cada vno tiene vn angulo recto: otro, que iguala a dos tercios de vn recto: y el tercero, vn tercio.

Propos. 33. y 34. Theor. 23. y 24.



33. *LAS rectas, AD, BC, que juntã dos paralelas iguales, AB, DC, son iguales y paralelas.*

34. *Los lados y angulos oppuestos de vn paralelogramo, DB, son iguales; y su diametro, AC, le parte por el medio.*

33. Porque tirada AC, por ser los angulos alternos, BAC, DCA, iguales, *pr.* 29. y sus lados comprehendientes iguales, AB, con DC, *hyp.* y AC, comun; AD, es igual cõ BC; y los angulos alternos DAC BCA, son iguales, *pr.* 4. Luego; AD, BC, son paralelas, *pr.* 27.

34. Y porque los lados oppuestos de DB, son paralelos, *d.* 22. Los angulos, ACD, BAC; ACB, CAD; son iguales. *pr.* 29. Luego DAB, es igual con BCD. Y pues AC, es adjacẽte comun en entrãbos triangulos, ABC, ADC; y los angulos adjacẽtes, son iguales; AB, es igual con DC; AD, cõ BC, y el angulo D, con B; *pr.* 26.

Pro-

Propos. 35. Theor. 25.

P*Aralelogramos, CB, FA, constituidos sobre la misma basis, AB; y entre las mismas paralelas, AB, CF: son iguales.*

Porque, por ser AB, igual con CD, y cõ EF, *pr.* 34. CD es gual con EF, *ax.* 1, y CE con DF, *ax.* 2. Pero CA, es igual con DB, *pr.* 34. y los angulos comprehendidos; C, FDB, son iguales *pr.* 29. Luego los triangulos ECA, FDB, son iguales, *pr.* 4. Y excluido el comun triangulo, DGE: el trapezio, CDGA, es igual al trapezio, FE GB *ax.* 2. Y admitido el comun triangulo, AGB: el paralelogrãmo CB, iguala a FA, *ax.* 2.

Propos. 36. Theor. 26.

P*Aralelogramos, AD, EH, cõstituidos sobre bases iguales, CD, GH: y entre las mismas paralelas, AF, CH: son iguales*

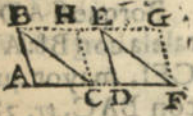
Porque, por ser CD, igual con GH, *hyp*; GH, con EF, *pr.* 34. CD, es igual, y paralela cõ EF. Luego, EC es igual y paralela cõ la cõn FD ,*pr.* 33: y CF, paralelogramo, *d.* 22. Pero es igual con AD: y con EH, *pr.* 3: Luego AD, es igual con EH.

Propos. 37. Theor. 27.

TRiangulos, *ABC*, *ADC*, *constituidos sobre la misma basis*, *AC*, *y entre las mismas paralelas*, *AC*, *EF*: *son iguales.*

Porque el paralelográmo FC, es igual con AE, *pr.* 35. y el duplo de ABC; y AE, el duplo de ADC, *pr.* 34.

Propos. 38. Theor. 28.

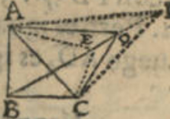


LOs triangulos, *ABC*, *DEF*, *puestos sobre bases iguales*, *AC*, *DF*; *y entre las mismas paralelas*, *AF*, *BG*; *son iguales.*

Porque los parálelogramos, AH, DG, sõ iguales, *pr.* 36. Y sus duplos, *pr.* 34.

Propos. 39. Theor. 29.

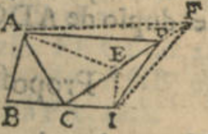
TRiangulos iguales, *BAC*, *BDC*, *puestos por la misma*



misma banda, y sobre la misma basis, BC; estan entre las mismas paralelas, BC, AD.

Porque si AD, no es paralela con BC; AI, linea mas alta, lo será; y BIC, triangulo mayor que su parte, BDC, será igual con BAC, *pr.* 37: o AE, linea mas baxa; y BEC, parte de BDC, será igual con BAC, *pr.* 37.

Propos. 40. Theor. 30.



T*Riangulos iguales, BAC, CDI, puestos por la misma banda sobre bases iguales, BC, CI: estã entre las mismas paralelas, BI, AD.*

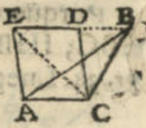
Porque si AD, no es paralela con BI: AF, linea mas alta, lo será; y CFI, mayor que CDI, su parte, será igual con BAC, *pr.* 38. o AE, linea mas baxa; y CEI, parte de CDI, será igual con BAC, *pr.* 38.

Propos. 41. Theor. 41.

E*L paralelogramo, AD, es el duplo del triangulo, ABC; si entrambos tienen la misma basis,*

ac, y

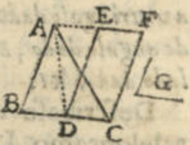
AC, y estan entre las mismas paralelas, AC, EB



Porq̃ el paralelogramo AD, es el duplo del triãgulo AFC, *pr.* 34. que es igual con ABC, *pr.* 37.

Propos. 42. Probl. 11.

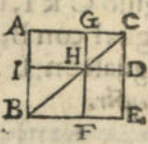
Como se describe vn paralelogramo, igual a vn triangulo dado, ABC, y de angulo rectilineo dado, G.



Tirese AF, paralela cõ BC; *pr.* 31. Y de D, medio de BC, *pr.* 10, DE paralela con AB, *pr.* 31. y que haga con DC, angulo igual a G, *pr.* 23. Porque el paralelogramo DF, acabado con CF, paralela a DE *pr.* 31, es el duplo del triangulo DAC, *pr.* 41, Que es la mitad de BAC, por ser igual con BAD, *pr.* 38.

Propos. 43. Theor. 32.

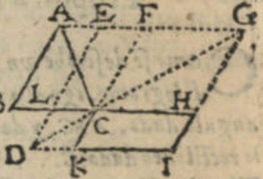
En qualquier paralelogramo, AE, los complementos, IG, FD, de los paralelogramos, GD, IF, que existen acerca del diametre, BC, son iguales.



Pos

Porque el triangulo *ABC*, es igual con EBC; IHB, con FHB; GHC, con DHC, *pr.* 34. Luego IG, ès igual con FD, *ax.* 2.

Propos. 44. Probl. 12.

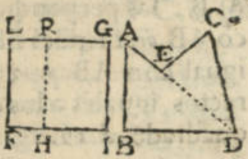


COmo se forma vn paralelogramo, igual a vn triãgulo dado, *ABC*; de angulo dado, *B*; y de lado dado, kI.

Describase vn paralelogramo, LF; igual al triangulo ABC; cuyo algun lado CF, haga con CH, igual al lado dado KI el angulo FCH, igual al dado B, *pr.* 42. Estiendase EF, hasta que concurra con GI, tirada paralela a FC, *pr.* 31. Tirese el diametro GC, que concurra con EL continuada, en D: y de D, la recta DI, paralela a CH, hasta que concurra con GI, *pr.* 31. FC, hasta k. Pues el paralelogramo kH, tiene el lado CH, igual con el dado kI, *pr.* 34: y el angulo CkI, igual con FCH, *pr.* 29; que es igual con B, *constr.* Y finalmente, KH, es igual con LF, *pr.* 43; y LF, con ABC, *constr.*

Pro-

Propos. 45. Probl. 13



Como se describe vn paralelogramo, igual a vn rectilineo dado, AECDB y de angulo dado B.

Repartase el rectilineo en triangulos. Descriuase el paralelogramo RI, igual al triangulo ADB, de angulo I, igual a B, *pr.* 42: y apliquesele otro, LH, igual cō CED, de angulo RHF, igual con I; y de lado LF, igual con GI, *pr.* 44. Pues LI, es igual al rectilineo dado BC, *constr*: y es paralelogramo; pues el angulo, RHF, es igual con I, *constr*. Luego RHF, RHI, igualan a RHI, I. Pero estos dos, igualan a dos rectos, *pr.* 29. Luego essotros dos; y FI, es linea recta, *pr.* 14. Y lo mismo cōsta de LG. Y porq̄ LF, es paralela cō RH, y igual con GI: y GI, es paralela con RH, *constr*. LF, es paralela y igual cō GI, *pr.* 30; y LG, paralela y igual con FI. *pr.* 33. Luego LI, es paralelogramo, *d.* 22.

Propos. 46. Probl. 14.

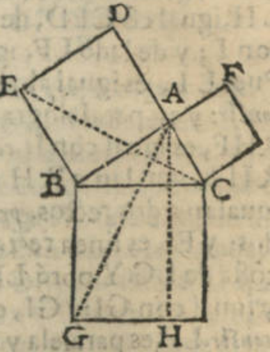
Como se describe vn quadrado, sobre vna recta dada.

Y sea

Y sea la recta dada, AB, en la figura de la propos. 47. Leuantense de sus extremos, A, B, las perpendiculares AD, BE, iguales cō AB, *pr.* 11. pues ED tirada, sera para ela y igual con AB, *pr.* 33. y los angulos E, D, rectos, iguales a los en A, y B, *pr.* 34. y BD, quadrado, *d* 19.

Propos. 47. Theor. 33.

GC, el quadrado de BC, el lado que subtende, BAC, el angulo recto, del triāgulo rectangulo, ABC; iguala, BD, CF, los quadrados de los lados, BA, AC, que comprehenden el mismo angulo recto, BAC.

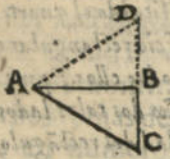


Porque siendo, BD, CF, quadrados, los quatro angulos en A son rectos todos, *corr. pr.* 15; y BF, CD rectas. Tirense pues EC, AG; y AH paralela con BG: pues BH, CH, seran paralelogramos, *d.* 22. y por ser EBA, CBG angulos rectos iguales, *const.* EBC, es igual con ABG, *ax.* 2.

Pero

Pero tambien EB es igual cō AB; CB, con BG, *d.* 19. Luego los triangulos EBC, ABG, ſon iguales, *pr.* 4. y pues EBC, es la mitad del paralelogramo BD; ABG, la mitad de BH, *pr.* 41: BD es igual con BH, *ax.* 4. del miſmo modo ſe prueua ſer CF, igual con CH. Luego GC, es igual con BD, CF, entrambos juntos.

Propoſ. 48. Theor. 34.



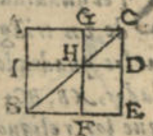
SI el quadrado de vn lado, AC, de vn triãgulo, ACB, es igual a los quadrados de los reliquos lados, AB, BC; el angulo, ABC, que los reliquos comprehenden, es recto.

Porqué tirado de B, BD perpendicular a AB, *pr.* 11. y igual con BC; el quadrado, de AD tirado, ſerâ igual à los de AB, BD, *pr.* 47. y a los de AB, BC, ſus iguales. Luego al de AC: y AD ſerâ igual cō AC. Pero AB es lado comũ a entrambos triangulos; BD igual con BC, *conſtr.* Luego el angulo ABC es igual al angulo recto ABD, *pr.* 8. y recto.

ELEMENTO SEGVNDO

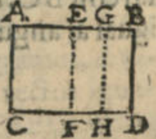
DEFINICIONES.

Definicion 1. El paralelogramo rectangulo, *IG, se dize coprehenderse de qualesquier dos sus lados, AI, IH, que concurren en angulo recto. Porque si se imagina AI, conseruandose perpendicular a, IH, correr hasta H, se entiende como llegado a H, aura demarcado con el extremo A, el tercer lado AG, constituido el quarto GH, y la superficie rectangular comprehendida de todos ellos. Y porq̃ dados qualesquier sus dos tales lados, se infiere la cantidad del rectãgulo.* 2. *En qualquier paralelogramo AE, los dos complementos IG, FD, cõ qualquier de los paralelogramos que existen acerca del diametro, BC, hazen vna figura que se llama* Gnomon.



Propos. y Theor. 1.

SI, *AB, la vna de dos rectas, AB, AC, se corta en qualesquier segmentos, AE, EG, GB, &c. El rectangulo, AD, comprehẽdido de, AB, AC, la secta, y*



y insecta: iguala a los rectangulos, AF, EH, GD, comprehendidos de la insecta, AC, y de AE, EG, GB, los segmentos de la secta, AB.

Porque siendo AD, paralelogramo; EF, GH, paralelas a AC: AF, es rectangulo de la insecta AC, y del segmento AE; EH, del segmento EG, y de EF, igual cõ AC; y GD, del segmento GB, y de GH, igual con AC *pr.* 34.1. Y son las partes todas de AD.

Porque la comprehension de vn numero por los dos que multiplicados entre si le producen, imita mucho la del rectangulo de sus lados perpendiculares; como se vè por la *d.* 1.2: quiero illustrar las demonstraciones de los diez primeros theoremas deste elemento, explicandolas en numeros; pues lo admiten.

Sea pues el numero insecto, 3; el secto, 8. partido en 4. 3. y 1. Y hallaremos que los tres segmentos, 4. 3. y 1. multiplicados, cada vno por el insecto 3. hacen 24. el mismo numoro que se produce del insecto 3. multiplicado por el secto 8.

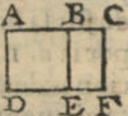
Propos. y Theor. 2.

EL quadrado, AD, de vna recta, AB, es igual a los rectangulos, AF, ED, de la misma, AB, y de qualesquier sus segmentos, AE, EB.

Porque siendo AD, el quadrado de AB: y EF, paralela cõ AC: AF, es el rectãgulo de AE, y de AC, igual con AB, *d.* 19.1. y ED, el rectãgulo de EB, y de BD, igual cõ AB, *d.* 19.1. y sõ iguales al quadrado AD, por ser sus partes todas. *ax.* 9.

Num. *si* 8. *se partee en* 5. *y* 3: *sus segmõtos multiplicados por* 8. *hacen* 64. *el numero quadro de* 8.

Propos. y Thor. 3.

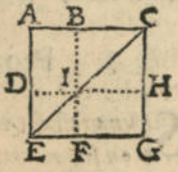


AF, *el retangulo de vna recta, AC, y de vn qualquier su segmento, AB: es igual con BF, el rectangulo de entrambos segmentos, AB BC; junto con, AE, el quadrado del mismo segmento, AB.*

Sea AE quadrado del segmẽto AB: pues BF, siendo rectangulo, lo será del otro seg- BC; y de AB, o BE su igual; y AF rectãgulo de la toda AC, y de AB, o CF su igual, *d.* 19. Pero AE, BF, son las partes todas de AF. Luego le igualan, *ax.* 9.

Num. *El quadrado de* 6. *el vn segmento de* 8. *con el numero que haze multiplicado por* 2. *el otro segmento, monta* 48: *y otros tantos* 8. *multiplicados por* 6.

Propoſ. y Theor. 4.



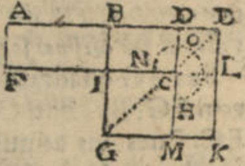
AG, el quadrado de vna recta, AC, es igual con BH, DF, los quadrados de qualeſquier ſus ſegmentos, AB, BC; junto con DB, FH, dos rectangulos de los miſmos ſegmentos.

Sea AG quadrado de AC; DH paralela con EG; BF, con CG: tireſe el diametro EC. Pues los angulos ACE, AEC, ſeran iguales *pr.* 6. 1. y ſemirectos. *corr.* 1. 3 2. 1. y tambien los angulos, BIC, DIE, *pr.* 29. 1. Luego BI es igual con BC; DI, cõ DE, *pr.* 6. 1. y BH quadrado del ſegmento BC; DF, de DI. *d.* 19. 1. o de AB ſu igual, *pr.* 34. 1. Luego tambiẽ DB es rectãgulo de AB, y de BI, igual con BC; y FH, es rectangulo de FI, igual con DI, que lo es con AB: y de IH, igual con BC. Pero los quadrados BH, DF, con los rectangulos, DB, FH, igualan el quadrado AG, por ſer ſus partes todas.

Num. 64. *el quadrado de* 8 *iguala el numero que hazen los quadrados de qualeſquier ſus ſegmẽtos* 5. *y* 3. *con el que hazen los miſmos ſegmentos dos vezes multiplicados entrre ſi.*

Corr. *Luego 1. el diametro del quadrado parte sus angulos por el medio. 2. Los paralelogramos que existen acerca del diametro del quadrado, son quadrados.*

Propos. y Theor. 5.



S*I una recta, AE. se parte en segmentos iguales en, B, y en desiguales, en D: FD. el rectangulo de los segmētos desiguales, AD, DE; con, IM, el quadrado del segmento intermedio, BD; es igual con, Bk, el quadrado de la mitad, BE.*

Porque siendo Bk, el quadrado de la mitad BE: FL, paralela con AE: DM, cō Ek: DL es quadrado de DE; IM, el de IC, *corr.* 2. 4. 2. igual con BD, *pr.* 33. 1. FD, el rectangulo de AD; y de DC, igual con DE. *d.* 1. 2. y pues ID, es igual con ML, *pr.* 43. 1. BL, es igual con Dk, *ax.* 2. Pero es tambiē igual cō FB, *pr.* 36. 1. Luego FB, es igual con DK, *ax.* 1. y finalmente FD, igual al gnomon NOH, *ax.* 2. el qual, con IM, es igual con BK, por ser sus partes todas.

Num. 16. *el quadrado de 4. mitad de 8. iguala el numero que hazen 6. y 2. sus segmentos desigua-*

les

les multiplicados entre si, con el quadrado del segmento entermedio, 2.

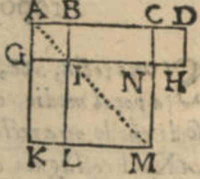
Propos. y Theor. 6.

SI una recta, AE, se corta por el medio, en D; y se le añade otra recta, EB: AK, el rectãgulo de, AB, la cõpuesta de la toda, AE, y añadida, EB; y de la añadida, EB; con, GM, el quadrado de la mitad, DE; es igual con, DN, el quadrado de, DB, la compuesta de la mitad, DE, y la añadida, EB.

Porque, siẽdo DN, el quadrado de DB; Fk, paralela con AB; EM, con DL: GM, es el quadrado de GH, igual con DE; Ak, el rectãgulo de AB, y de Bk, igual con EB. *corr.* 2. 4. 2. y porque FD es igual con GE, *pr.* 36. 1. lo es con Mk, *pr.* 43. 1. y finalmente Ak, igual con el gnomon IOC, *ax.* 2. el qual con GM, iguala el quadrdo, DN.

Num. *si* 8. *se parte por el medio, en* 4. *y* 4. *y se le añade,* 2. 20. *que es numero producido de* 10. *el compuesto del todo* 8. *y del añadido* 2. *multiplicado por el añado* 2. *con* 16. *el quadrado de la mitad* 4. *haze* 36. *el numero quadrado de* 6. *compuesto de la mitad* 4. *y del añadido* 2.

Propos. y Theor. 7.



SI una recta, AC, se corta en qualesquier segmẽtos, ẽ B; CK, el quadrado de la toda, AC; con CH, el quadrado del un segmẽto, AB: es igual con BH, BK. dos rectangulos de la toda, AC, y del mismo segmento, AB; juntos cõ, NL, el quadrado del otro segmento, BC.

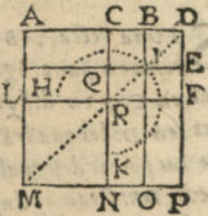
Porque siẽdo CK, quadrado de AC: GH paralela con DA: BL, paralela cõ AK: CD, igual cõ AB: y GD, rectangulo: NL, es quadrado de BC; y GB, de AB, *corr. 2. pr. 4 2.* Tambien CH, es quadrado igual con GB, *pr. 35. 1.* Mas. KB, es el rectangulo de AB, y de AC, o Ak su igual. *d. 20. 1.* Y porque CD, es igual con AB, *hyp.* CH quadrado: BD, es igual con AC. y BH el rectangulo de AC, AB; o de BD, DH, sus iguales. Y los rectangulos BH, Bk; con el quadrado NL; son iguales a los quadrados CK, CH; por ser sus partes todas.

Num. *si 8 se parte en 6 y 2: 64. el quadrado de 8. y 4 el de 2. el un segmento: hacen 68. numero igual con el que hacen el quadrado de 6. el otro se-*

mento

mente, con los producidos de 6. y 2. dos veces multiplicados entre si.

Propos. y Theor. 8.

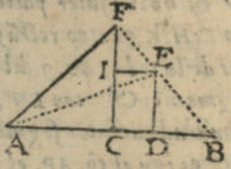


SI una recta, AB, se corta en qualesquier partes, en C·HIk, quatro rectãgulos de la toda, AB, y del vn segmento, CB: con LN, el quadrado del otro segmẽto, AC: es igual cõ, AP, el quadrado de, AD, la compuesta de la toda, AB, y del mismo segmento, CB.

Porque siendo AP, el quadrado de AD, la cõpuesta de AB, y de BC, o BD su igual: LN, sera quadrado, *corr.* 2 *pr.* 4. 2. y el quadrado de AC, o de MN, su igual, *pr.* 33. 1. Y por ser CB igual con BD, *hyp.* CF, cõprehenderà quatro quadrados de CB; y el gnomon HIk, quatro rectangulos iguales entre si, y con AI, que es rectãgulo de AB, y de CB, o BI su igual: pues siendo CN, BO, paralelas con DP; HE, LF, paralelas cõ AD; los quatro cõplemẽtos, AQ, LQ, RQ, OF, seran iguales, *pr.* 34. 1. Pero HIK, con LN, es igual con AP, por ser sus partes todas; luego &c.

Num. *Si 8 se parte en 6. y 2. 8. quatro veces multiplicado por 2, con el quadrado de 6. hacen 100. numero igual al quadrado del compuesto de 8. y 2.*

Propos. y Theor. 9.



SI una recta, AB, se corta en partes iguales en, C, y en desiguales, en D: los quadrados de las partes desiguales, AD, DB: seran el duplo de los quadrados de la mitad, AC, y del segmento intermedio, CD.

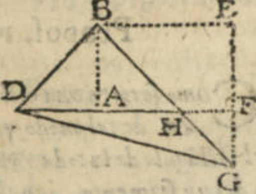
Sea la perpendicular CF, igual con CA o con CB; y los quatro angulos en las bases de los isosceles rectangulos, FCA, FCB, seran semirectos, *corr. 1. pr. 32. 1.* y el angulo AFB, recto. Y siendo, ED, EI, perpendiculares: EI, serâ igual con CD, *pr. 33. 1.* y FIE, EDB, rectangulos. Y porque los angulos, EFI, EBD, son semirectos, lo seran tambiē FEI, BED, *corr. 2. pr. 32. 1.* y iguales los lados ED, BD; EI, FI, o CD. *Pr. 6. 1.* El quadrado pues de AF, es igual con los de AC, FC, lados iguales, *pr. 47. 1.* luego es el duplo del de AC. Y el quadrado de FE, es igual con los de FI, EI, lados iguales, *pr. 47. 1.* y el duplo

del

del de EI, o del de CD. Luego el quadrado de AE, que iguala a los AF, EF, *pr.* 47. 1. es el duplo de los de AC, DC. Pero es igual a los de AD, y de DB, o DE, ſu igual *pr.* 47. 1. Luego los quadrados de AD, BD, ſon el duplo de los de AC, DC.

Num. ſi 8. ſe reparte igualmente en 4. y 4; y deſigualmente, en 6. y 2. el ſegmento intermedio ſerà 2. 36 pues y 4. los quadrados de los ſegmentos deſiguales, 6. y 2. igualaràn a 40. que contiene dos quadrados de la mitad 4. y del ſegmento intermedio, 2.

Propoſ. y Theor. 10.



SI una recta, DH, ſe corta por el medio en, A; y ſe le añade otra, HF: el quadrado de, DF, la compueſta de la toda, DH, y de la añadida, HF; cõ el quadrado de la añadida, HF: es el duplo de los quadrados de la mitad, DA, y de, AF, la compueſta de la mitad, AH, y la añadida, HF,

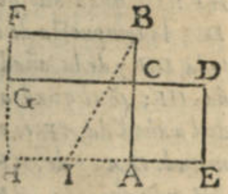
La conſtrucion es como la de la antecedente: el angulo DBG, recto; DAB, BEG, HFG, iſoſceles rectangulos. Luego el quadrado

drado de B D, es el duplo del quadrado de D A la mitad: y el quadrado de B G, el duplo del de B E, *pr.* 47. 1. Pero el quadrado de DG, es igual con los de DB, GB *pr.* 47. 1. Luego es el duplo de los de DA; y de BE, o AF, ſu igual, *pr.* 33. 1. Y pues el quadrado de DG, es tambien igual a los de DF, GF, *pr.* 47. 1. o HF, ſu igual, *pr.* 6. 1. los quadrados de DF, HF, Son el duplo de los de DA, FA.

Num. *diuidaſe 8. en partes iguales en 4. y 4. y añadaſele 2. y 100. el quadrado del numero compueſto de 8 y 2. con 4. el de 2. hara 104. el duplo de los de la mitad 4. y de 6. numero compueſto de la mitad 4. y del añadido 2.*

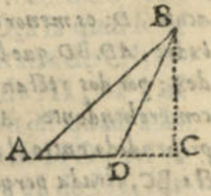
Propoſ. 11. Probl. 1.

Como ſe corta vna recta, AB. de tal modo, que el rectãgulo de la toda, AB, y del vn ſegmento, iguale al quadrado del otro.



Sea AF, el quadrado de la toda, AB, o, HA, ſu igual partida por el medio en I. I E, igual con IB: AC, con AE. Deſcribaſe AD, el quadrado del ſegmẽto AC; GB, el rectãgulo del otro segmento CB, y de AB, o FB su igual. Pues HD, el rectangulo de HE compuesta de AB, o, HA, y la añadida AE, o, ED su igual; y de la añadida AE, o, ED, cō el quadrado de IA, la mitad, es igual con el de IE, la compuesta de la mitad IA, y de la añadida AE, *pr.* 6.2. o con el de IB, su igual *constr.* Pero el quadrado de IB, es igual con AF, el quadrado de AB; y con el de IA, *pr.* 47.1. Luego excluido el comun quadrado de IA, el rectāgulo HD queda igual cō AF, el quadrado de AB, *ax.* 2. y excluido el rectangulo comun, HC; AD, el quadrado de AC, el vn segmento, queda igual con GB, el rectangulo de la toda AB, o FB, su igual; y del otro segmento, CB; y AB, partida como el problema pide.

Propos. 12. Theor. 11.



En el triangulo ambligonio, ABD, el quadrado del lado, AB, que subtende el angulo obtuso, ADB: excede a los quadrados de los lados, BD, AD, que le comprehenden, por dos rectāgulos del vn lado cōprehēdiēte, AD, y de DC, la linea continuada *da del hasta la perpendicular BC, que tirada del angulo, ABD, oppuesto al mismo lado comprehendiente, AD, haze angulo recto, en C, el extremo de la continuada, DC.*

Porque el quadrado de AC, iguala los de AD, CD, con dos rectangulos de AD, CD, *pr.4.2.* Luego los quadrados de AC, BC, o el quadrado solo de AB, (que les es igual, *pr. 47.1.*) iguala el quadrado de AD, con los quadrados de BC, DC, o con el quadrado de BD, (que les es igual, *pr.47.1.*) y cõ mas los dos rectangulos de AD, CD, *ax.2.* Y el quadrado de AB, excede los de AD, BD, por dos rectangulos de AD, CD.

Propos. 13. Theor. 13.

EN el triãgulo oxigonio, ABD, el quadrado del lado, AB, que subtende el vn qualquier angulo acuto, D; es menor que los de los lados, AD, BD, que le comprehenden; por dos rectangulos del vn comprehendente, AD y de, CD, su segmento comprehendido entre el mismo angulo acuto, D y la recta, BC, tirada perpendicular al mismo comprehẽdẽte, AD desde su angulo oppuesto, ABD.

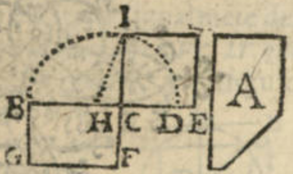
Porque los quadrados de AD, CD, igua-

lan

lan dos sus rectangulos, con el quadrado de AC, *pr*.7.2. Luego el quadrado de AD, con los quadrados de CD, BC, o con el quadrado solo de BD (q̃ les es igual, *pr*.47.1.) iguala los quadrados de AC, BC, o el quadrado de AB. (que les es igual, *pr*.47. 1.) con mas los dos rectangulos de AD, CD. *ax*.2. Luego en el triangulo oxigonio, &c.

Propos. 14. Probl. 2.

C*omo se descriue vn quadrado igual a vn rectilineo dado. A.*



Descriuase vn paralelogramo, BF, igual cō A; *pr*. 42.1. extiēdase BC, hasta q̃ CD, iguale a CF. Partase BD, por el medio en H: de H centro, y interualo HB, descriuase la peripheria BID; a la qual se estenderá FC. Pues IE, el quadrado de CI, serâ igual con A. Porque tirada HI; BF, el rectangulo de BC, DC, con el quadrado de HC; iguala el quadrado de HD, *pr*. 5. 2. o de HI, su igual *d*. 15. 1. y el de HI, los de HC, IC, *pr*. 47. 1. Luego excluido el comun quadrado de HC; IE el quadrado de

IC, es

I C, es igual con BF, el rectangulo de B C, DC, que es igual con A, *constr.*

ELE

ELEMENTO TERCERO

DEFINICIONES.

D*efinicion* 1. *Los circulos F G D, P M V,* ſon iguales, *cuyos diametros C H, P N,* *ſon iguales.* 2. *La recta AC, es* tāgente *del circulo FGD, en C, ſi continuada no le corta.* 3. *Los circulos F G D, P M V, ſe* tocan exteriormente; *y VMP, HR,* interiormente, *quādo tocandoſe no ſe cortan.* 4. *Lineas rectas, EG, IL, ſe dizen* diſtar en el circulo igualmēte del cētro *T, quando las perpendiculares, FT, LT, que ſe les tiran del centro, ſon iguales.* 5. Angulo de ſegmento, *es el que ſe cōprehende de una recta EG, tirada en el circulo, y de algun ſu arco, EFG.* 6. *El angulo rectilineo ſe dize* exiſtir en el ſegmento, *EDHG, quando ſus lados ED, GD, que le comprehenden, tirados de los terminos de ſu baſis, E, G, ſe juntan en la peripheria, en D.* 7. *Quando los lados de vn angulo rectilineo (o ſea MSV, q̄ exiſte en el centro, o MOV, que en la peripheria) estriuan en algun arco de la peripheria, MNV, ſe dize que* inſiſte *en la miſma peripheria, MNV.* 8

La figura mixta, MSV, que haze angulo en el centro G, se llame sector del circulo. 9. Segmentos semejantes, *del mismo, o distinctos circulos, iguales o desiguales, son los que admiten angulos iguales. Siendo pues, iguales los angulos, EDG, EGD, los segmentos, EGkD, BDkG, son semejantes.*

PROPOSICIONES.

Propos. 1. Probl. 1.

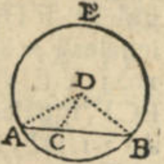
C*omo se halla el centro de un circulo dado, GEF.*

Partase por el medio en C, la recta GE, qualquier que sea tirada en su plano, con la perpendicular FG, *pr.* 10. 1. y A, el punto medio de FH, será el centro. Porque si existe en FH, solo puede ser en A, *d.* 13. 1. Y no puede existir fuera della como en D. pues tiradas las rectas GD, CD, ED; GD seria igual con ED, *d.* 13. 1. y por ser GC igual cõ EC, *constr.* DC, lado comun en los triãgulos GCD, ECD: el angulo GCD seria igual con ECD *pr.* 8. 1. y recto, *d.* 10. 1. y igual con FCD, su parte, que es recto, *constr.*

Corr. *Luego el centro del circulo existe en el punto*

punto medio de la linea recta, que tirada en el perpendicular a otra, la parte por el medio.

Propos. 2. Theor. 1.



LA recta, AB, que junta qualesquier dos puntos, A, B, en la periphêria del circulo, EAB, cae dêntro del.

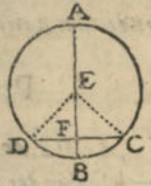
Porque tomado el centro D, *pr.* 1.3. y tiradas las rectas AD, BD; el angulo DAB, menor que DCB, *pr.* 16. 1. es igual cō DAB, *pr.* 5. 1. Luego DBA, es menor que DCB: y D C, menor que DB, *pr.* 19. 1. y no llega a la peripheria.

Corr. *Luego linea tangente toca el circulo en vn solo punto.*

Propos. 3. Theor. 2.

SI vna recta, AB, tirada por, E, el cētro del circulo, DCA, corta por el medio, F, a otra, DC, q̃ no passa por el centro: la corta en angulos rectos, AFD, AFC. Y si la corta en angulos rectos, la parte por el medio.

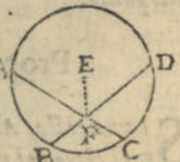
Porque si D F, es igual con CF; por ser EF lado comun en los triangulos DFE, CFE; y las bases ED, EC, iguales, *d.* 13.1. los angulos E F D, E F C, seran iguales, *pr.* 8. 1. y rectos, *d.* 10. 1. Y si lo son, por ser los angulos EDF, ECF, iguales, *pr.* 5. 1. y ED, igual con EC, *d.* 13. 1. DF, será igual con CF; *pr.* 26. 1.



Corr. *Luego la recta que parte por el medio el angulo comprehendido de los lados iguales del isósceles, o equilatero: es perpẽdicular a la basis. y si lo es, parte el angulo oppuesto por el medio.*

Propos. 4. Theor. 3.

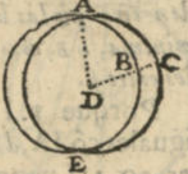
L*As rectas, AC, DB, que se cortan fuera del centro del circulo, ABCD, no se parten por los medios.*



Porque si, F, fuera su punto medio; EF, les seria perpendicular *pr* 3. 3. y E F D parte, igual con su todo, E F C.

Propos.

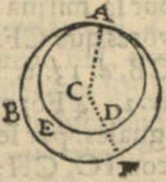
Propos. 5. Theor. 4.



SI dos circulos, ABE, ACE, se cortan; no tienen el mismo centro.

Porque si D, fuera el comun cẽtro de entrambos; DA, seria igual con DC, y tambien con DB: y DB, con DC. *d.* 13. 1.

Propos. 6. Theor. 5.



SI dos circulos, ABF, AED, se tocan; no tienen el mismo centro.

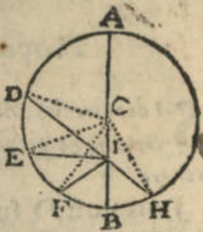
Porque si C, fuera su comun centro; CA seria igual con CF, con CD; y CD con CF. *d.* 13. 1.

Propos. 7 Theor. 6.

SI de vn punto I, de, AB, diametro del circulo, AEH, y fuera del centro, C; se tiran qualesquier rectas, IA, IB, ID, &c. IA la que passa por el cẽtro serà la mayor; y IB, la reliqua parte del diametro, la menor de todas: y de las demas, la ma-

D; *yor*

yor siempre serà la que estuviere mas cerca de, IA, la q̃ passa por el centro. Ni se pueden tirar por las bandas de la minima, IB, mas q̃ dos iguales entre si.

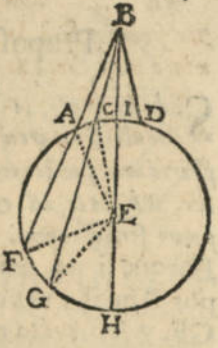


Porque 1. IC, CD, iguales cõ IA, *d.* 13. 1. son mayores que ID, *pr.* 20. 1. Luego IA, es mayor que ID; y que IE, &c; por la misma razon. 2. IC, CD, son iguales con IC, CE, *d.* 13. 1. y el angulo ICD, mayor q̃ su parte ICE. Luego ID es mayor que IE, *pr.* 24. 1. y q̃ IF, por la misma razon. 3. FI, CI, son mayores que CF, *pr.* 20. 1. que es igual con CB, *d.* 13. 1. Luego IF, es mayor que IB. *ax.* 2. 4 Formados los angulos ICF, ICH, iguales: por ser iguales los lados IC, CF; con IC, CH; IF, serà igual con IH, *pr.* 4. 1. y si se tirare otra recta para la banda de F, o de H, mas propinqua a IA, serà mayor; y menor, si mas remota.

Propos. 8 Theor. 7.

SI de vn punto, B, fuera del circulo, ADF, se tiran qualesquier rectas al mismo circulo; entre las que se tiran para el concavo de su peripheria,

la



la mayor serà, BH, la que passe por el centro, E: y mayores continuamẽte, las que le fueren mas propinquas. y de las que se rematan en lo conuexo, la menor serà BI, la comprehendida entre el punto externo, B, y I, el extremo del diametro tirado del mismo punto: y menores cõtinuamente, sus mas propinquas. y del mismo punto externo, B, se pueden tirar solas dos iguales, por las bandas de la minima, BI; y de la maxima, BH.

Porque 1. BE, EG, que igualan BH, *d.* 13 1. exceden BG, *pr.* 20. 1. Luego BH, excede BG. 2. BE, EG, son iguales con BE, EF, *d.* 13. 1. y el angulo BEG, es mayor que su parte BEF. Luego BG es mayor que BF, *pr.* 24. 1. 3. BC, CE, exceden a BE, *pr.* 20. 1. CE es igual con IE, *d.* 13. 1. Luego BC es mayor que BI. 4. BA, AE, excedẽ BC, CE, *pr.* 21. 1. AE, es igual con CE, *d.* 13. 1. Luego BA es mayor q̃ BC. 5. Tiradas las iguales BC, BD, qualquier otra tirada por las mismas bandas, o serà mas remota de BE, y mayor; o mas propinqua, y menor.

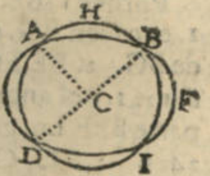
Propos. 9. Theor. 8.

SI de vn punto, A, dentro del circulo. se tiraren a la peripheria mas que dos rectas iguales, AB, AD, AE, &c. el tal punto será el centro.

Porque si no, sea otro; I. por el qual, y el punto A, se tire el diametro CF. y AE, recta mas propinqua de AF, será mayor que AD. *pr. 7. 3.*

Propos. 10. Theor. 9.

VN circulo no puede cortar a otro mas que en dos puntos.

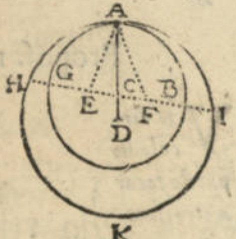


Porque si se cortaren en tres A, B, D: CA, CB, CD, los tres semidiametros del circulo HAD, y iguales, *d. 13. 1.* por tocar en la peripheria de DIF, seriã sus semidiametros, *pr. 9. 3.* y C, centro de entrambos, que es impossible, *pr. 5. 3.*

Propos. 11. Theor. 10.

SI dos circulos, AGB, AHk, se tocan interiormente

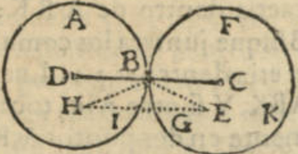
mente; la recta DC, que jũ-to sus centros C D, passara por A, el punto de su contacto.



Porque si A D, no junta sus centros; sea otra HI; E cẽtro del exterior; F, del interior. Luego FA será igual con FB, *d.* 13. 1: y FA, FE, iguales con EB, *ax.* 2. pero son mayores que EA, *pr.* 20. 1. Luego EB serâ mayor que EA; y que EI, su igual; si E, F, fueren los centros de AGB, AHk.

Propos. 12. Theor. 11.

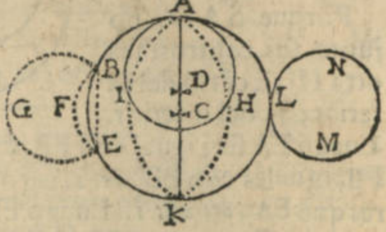
Si dos circulos, ABI, FBG se tocan exteriormẽte: la recta, DC, q̃ jũtare sus cẽtros, D, C, passara por el punto del contacto, B.



Porque si DC, no juntare sus centros, sea otra, HE; H, centro de ABI; F, el de FBG. Luego HB, es igual con HI; EB, cõ EG, *d.* 13. 1. y HE, mayor; y menor que HB, BE, *pr.* 20. 1.

Propos. 13. Theór. 12.

Vn circulo no puede tocar a otro, interior, o exteriormente, en mas que vn solo punto.

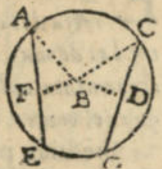


Interiormente como AI, AB, en A: y exteriormente, como AL, NL, en L. Porque si BGE, tocara exteriormẽte a AB k, en dos puntos B, E: su arco contenido entre B, E, caeria dentro de A B K; pues la subtensa BE, que juntara los comunes extremos B, E, caeria dentro *pr.2.3.* Luego BGE, cortaria ABK. Y si otro AIk, tocara ABk, interiormente en dos puntos A, K: la recta que juntara sus centros D, C, passaria por los cõntactos A, k, *pr.* 11. 3. y Ak, seria diametro de entrambos, y partido por el medio en dos puntos distinctos, en los centros D, C.

Pro-

Propos. 14. Thor. 13.

LAs rectas iguales, AE, CG, tiradas en el plano del circulo, AGC, distan igualmente de su cẽtro, B. y si distan igualmente del, son iguales.



Porque las perpendiculares BF, BD, cortã las rectas iguales AE, CG, en semisses iguales, *pr.* 3. 3. Y los quadrados iguales de los semidiametros iguales BA, BC igualan a los de AF, BF; CD, BD, *pr.* 47. 1. Luego los quadrados de AF, BF, igualan los de CD, BD. Luego excluidos los quadrados iguales de AF, CD, semisses iguales; los de BF, BD, quedan iguales y; BF, igual cõ BD: y AE, CG, equedistantes del centro B, *d.* 4. 3. Y si lo son, las perpendiculares BF, BD, son iguales *d.* 4. 3. y sus quadrados iguales. Pero los de AF, BF; son iguales con el de BA: y los de BD, CD, iguales con el de CB, *pr.* 47. 1. y entre si, por serlo los de BA, BC, semidiametros iguales. Luego excluidos los quadrados iguales; de BF, BD, perpendiculares iguales; los de AF, CD, quedan iguales, y ellas mismas. Y pues son mitades de AE, CG, *pr.* 3. 3. AE, es igual con CG.

Propos.

Propos. 15. Theor. 14.

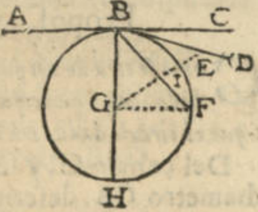
EL diametro, es la mayor recta del circulo: y entre las de mas, la mayor continuamente, es la mas propinqua del centro.

Siẽdo la perpẽdicular CN, mayor q̃ CL, y igual cõ CO: AB, es mas remota del centro C; que HI; DE, igual mente, y será igual con HI, *pr.* 14. 3. Y por que CD, CE, son iguales con CA, CB, *d.* 13. 1. y el angulo DCE, mayor que ACB, su parte: AB, la mas distante, es menor q̃ DE, *pr.* 24. 1. y que HI, su igual. Y pues DC, CE, son iguales con FG, diametro *d.* 13. 1. Y mayores que HI, o que DE; su igual *pr.* 20. 1. FG, es mayor que HI.

Propos. 16 Theor. 15.

LA recta, AC, puesta en angulos rectos en, B, el extremo de, HB, el diametro del circulo, BFH, cae fuera del circulo. Ni se puede tirar otra recta en el plano contenido della, y de la peripheria q̃ toca. GBI, el angulo del semicirculo, es mayor; y el reliquo, CBI, menor que qualquier rectilineo acuto.

Por-

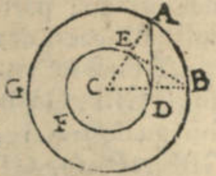


Porque 1. ſi AC, no cae toda fuera del circulo; parte della. BF, caerá dentro. Y pues los angulos GBF, GFB, ſon iguales *pr.* 5. 1; y GBF, recto *hyp.* GFB. tãbien lo ſerâ: y no lo ſera, *pr.* 17. 1. 2. Y ſi vna recta DB, cabe entre el arco FB, y la perpẽdicular CB: tirada GE, perpendicular a DB. el angulo recto GEB, ſerâ mayor que GBE, parte del recto GBC: y GB, mayor que GE, *pr.* 19. 1. y menor, por ſer igual con GI, *d.* 13. 1. Luego la recta DB, que hiziere con CB, el angulo rectilineo acuto DBC, el menor poſſible: hara con GB, el reliquo DBG, el acuto mayor poſsible. Pero porque DB, neceſſariamẽte corta el circulo; el angulo del ſemicirculo GBI, es mayor que el rectilineo DBG, el acuto mayor poſsible, ſu parte; y el angulo de contingencia CBI, es menor que DBC, el rectilineo acuto menor poſſible.

Corr. *Luego la recta que es perpendicular al extremo del diametro del circulo, le toca en vn ſolo punto.*

Pro-

Propos. 17. Probl. 2.



Como se tira de vn puncto dado, A, vna recta que toque el circulo dado, DEF.

Del centro C, y semidiametro CA, descriuase el circulo ABG: tirese de E, extremo del semidiametro CE, su perpendicular EB, corte la peripheria ABG, en B. Y la recta AD, tirada del punto dado A, al punto D, en q̃ CB, tirada, corta la peripheria ABG, en B, toca el circulo DEF. Porque por ser EC, CB; iguales con DC, CA, *d.*13.1. y C angulo comprehẽdido comun: el angulo ADC, será igual cõ el recto BEC *pr.*4 1. y AD, tangente, *corr. pr.* 16. 3.

Propos. 18. y 19. Theor. 16. y 17.

18. *Si vna recta, BC, toca el circulo, AGF: es perpendicular a la recta, AF, que passa por el cẽtro, E, al pũto del cõtacto, A.*

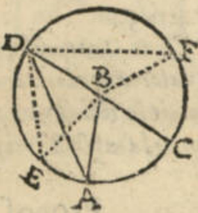
19. *Y la recta, AF, que es perpendicular a la tangente, BC, passa por el centro del circulo.*

18 Porque si los angulos BAF, CAF, no son rectos, el vno dellos será acuto, *pr.*13. 1. y ma-

y mayor que angulo de ſemicirculo, pues le comprehendera; y menor, *pr. 16.3.*

19 Y ſi el centro del circulo AGF, no exiſte en AF, en E; exiſta fuera della en D. y DA, ſerà perpendicular a BC, *pr. 18.3.* y el recto BAF, parte del recto BAD.

Propoſ. 20 Theor. 18.



El angulo que exiſte en el centro del circulo, es el duplo del que exiſte en la peripheria; ſi entrãbos tienen el miſmo arco por baſis.

Porq̃ el angulo BDA, es igual con BAD, *pr. 5 1.* y ABC, q̃ exiſte en el centro B, les iguala a entrambos juntos, *pr. 32.1.* Luego es el duplo del angulo BDA, que exiſte en la peripheria, y tiene por ſu baſis el comun arco AC. y FBC, es el duplo de FDC; y ABF, el duplo de ADF. Lo miſmo conſta, aũque ſus lados ſe corten, como los de EBA, EDA. Porque el todo EBC, es el duplo del todo EDC; y el ablato ABC, el duplo del ablato ADC, como queda probado. Luego el reliquo EBA, es el duplo del reliquo EDA.

Pro-

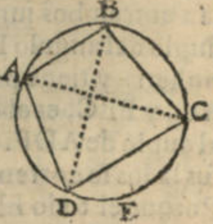
Propos. 21. Theor. 19.

L*os angulos, ABC, ADC, q̃ existen en el mismo segmento, ABDC, del circulo, ABF, son iguales.*

Porque AEC, es el duplo de ABC; y de ADC. *pr.* 20.3.

Corr. *Luego si la misma recta subtende angulos iguales lançados para la misma banda: los extremos de la recta, y los vertices de los angulos, existiran en la misma peripheria.*

Propos. 22. Theor. 20.



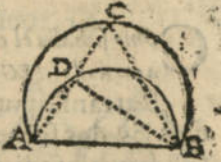
L*os angulos oppuestos del Quadrilatero, ABCD, descripto en el circulo ABE, son iguales a dos rectos.*

Porq̃ el angulo ACB, es igual con ADB; ABD, con ACD, *pr.* 21. 3. Luego los dos ABD, ADB, que cō BAD igualan a dos rectos, *pr.* 32. 1. igualan al angulo BCD. Luego los oppuestos BAD, BCD, igualan dos rectos.

Cor

Corr. *Luego si dos angulos oppuestos de vn quadrilatero, igualan a dos rectos, todos quatro existẽn la peripheria del mismo circulo.*

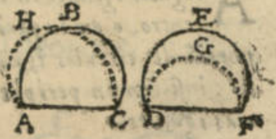
Propos. 23. Theor. 21.



No se pueden constituir sobre la misma recta, AB, y para la misma banda; dos segmentos de circulos, semejantes y desiguales.

Porque si ADB, ACB, son segmẽtos desiguales, pero semejãtes; el angulo BDA, es igual con BCA, *d.* 29. 3: y mayor, *pr.* 16. 1.

Propos. 24. Theor. 22.



Los segmentos de circulos semejantes, y de bases iguales; son iguales.

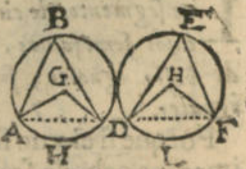
Porque si el vno se imagina echado sobre el otro: o se ajustarã, y seran iguales: *ax.* 5. o el vno caera dentro del otro, como DGF, DEF; y sobre la misma basis DF, consistiran dos segmentos semejantes y desiguales, que es impossible, pr. 23. 3. o el vno cairâ parte dentro, y parte fuera del otro, como AHC, ABC; y dos circulos se cortaran en mas que dos puntos, contra la *pr.* 10. 3.

Propos. 25. Probl. 3.

Como se halla el cẽtro de vn arco dado, BEG.

Partanse por los medios las dos subtensas BE, GE, o qualesquier otras cõ las perpẽdiculares CD, FD; en A, H; y por q̃ passan por el cetro, *corr. pr.* 1. 3. el centro del arco BEG, serâ D, el punto de su concurso.

Propos. 26. Theor. 23.



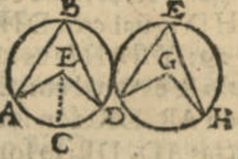
Angulos iguales en el centro, o en la peripheria de circulos iguales, insisten en peripherias iguales.

Porque si los angulos en G, y en H, centros de circulos iguales sõ iguales; pues el lado AG, es igual con DH: y DG, con FH, *d* 13. 1 AD, es igual con DF, *pr.* 4. 1. y el arco AHD, con

DLF, *pr.* 24. 3. y si los angulos en B, y en E, son iguales, los segmentos ABD, DEF, sõ semejantes, *d.* 10. 3. y por ser sus circulos iguales, *hyp.* los reliquos segmentos y arcos AHD, DLF, seran semejantes y iguales.

Propos. 27. Theor, 24.

Los angulos en el centro o peripheria de circulos iguales, que insisten en peripherias iguales, son iguales.

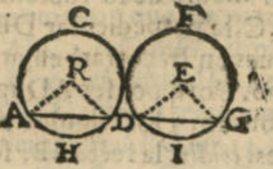


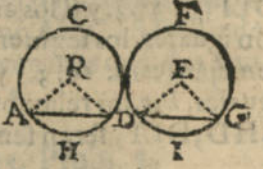
Porq̃ siendo iguales las peripherias, A D, D H; si el angulo insistente, DGH, es menor q̃ AED, y igual con AEC; CA, es igual con DH, *pr.* 26. 3. y con AD. lo mismo es de los angulos en B, E.

Propos. 28. y 29. Theor. 25. y 26.

28. *Rectas iguales, subtenden en circulos iguales, peripherias iguales.*

29. *Las rectas, q̃ en circulos iguales subtenden peripherias iguales, son iguales.*

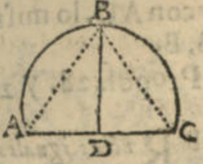




28. Porque en los circulos iguales ACH, DFI; el lado AR, del triangulo A R D, es igual con DE, lado del triangulo DEG; el lado DR es igual cõ GE, *d.* 13. 1. Luego si AD es igual cõ DG, el angulo R, es igual con E, *pr.* 8. 1. y el arco AHD igual con DIH, *pr.* 26. 3.

29. Y si AHD es igual con DIG, el angulo R es igual con E, *pr.* 27. 3. y pues tambien AR, DR. son iguales con DE, GE; las rectas AD, DE, lo son, *pr.* 8. 1.

Propos. 30. Probl. 4.

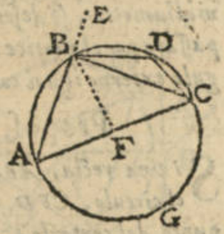


Como se corta vn arco dado, ABC, en dos partes iguales.

Leuãtese sobre D, punto medio de su subtensa AC, la perpẽdicular DB: pues en B, cortarâ el arco dado por el medio. Porq por ser AD igual con CD, BD comun, y los angulos en D rectos y iguales, *constr.* la recta AB, serâ igual con CB, *pr.* 4. 1. y el arco AB igual con CB, *pr.* 28. 3.

Propos.

Propos. 31. Theor. 27.



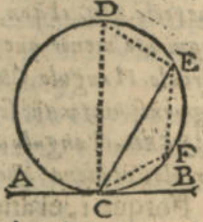
EL angulo, ABC, que existe en semicirculo, es recto. Menor que recto, BAC, el que en, BAGC, segmẽto mayor que semicirculo. Mayor que recto, BDC, el q̃ en, BCD, segmento menor que semicirculo. El angulo, CBA, del segmento mayor que semicirculo, es mayor que recto: y CBD, el angulo de segmento menor que semicirculo, es menor que recto

Porque 1. el angulo BFC, es el duplo de ABF, *pr.* 20. 3. por ser ABF igual cõ BAF, *pr.* 5. 1. Luego tambien BFA es el duplo de CBF. Pero BFC, con BFA, iguala dos rectos, *pr.* 13. 1. Luego ABC es recto. 2. BAF es igual con ABF, *pr.* 5. 1. q̃ es parte del recto ABC. 3. BAC, cõ BDC, iguala dos rectos, *pr.* 22, 3. Luego BDC es mayor q̃ recto. 4. El angulo CBA, comprehẽdido de CB, y del arco AB, es mayor que su parte el rectilineo recto ABC. 5. CBD, comprehendido de CB, y del arco DB, es parte del rectilinco EBC, que es recto, por ser igual a su recto deinceps, ABC, *pr.* 13. 1.

Corr. *Luego todo angulo recto existe en semi-*

circulo. Digo que si del punto medio de la hypotenusa, como de centro, y de la semisis della, como semidiametro, se describe vn circulo, la peripheria passara por el vertice del recto. Porque si no, aura angulo externo igual con su interno oppuesto.

Propos. 32. Theor. 28.

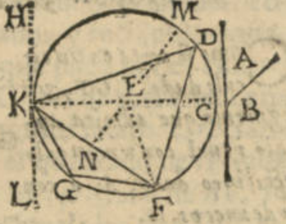


S*I vna recta, AB, toca el circulo, CFD, y del punto del contacto, C, se tira otra recta, CE, que corte el circulo; los angulos, ECB, ECA, q̃ haze cõ la tẽgẽte, AB; sõ iguales a, D, F, los q̃ existẽ en los alternos segmẽtos, CDE, CFE.*

Porq̃ si la secante fuere el diametro DC, los angulos ACD, BCD, rectos, *pr.* 18. 3. serian iguales a los de los segmentos alternos, por ser semicirculos, *pr.* 31. 3. Y aunq̃ la secante EC, no sea diametro; por ser el angulo DEC, recto, *pr.* 31. 3. los reliquos D, y DCE, igualaran a otro recto, *pr.* 32 1. o a DCB, recto *pr.* 18. 3. Luego ECB, es igual con D, angulo del alterno segmẽto. Y porque los angulos D, F, igualã a dos rectos, *pr* 22. 3. como tambien ECA, ECB *pr.* 13 1. y ECB, es igual con D; ECA, sera igual con F.

Pro-

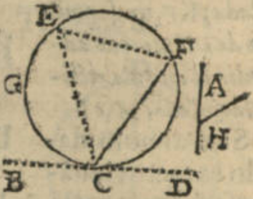
Propoſ. 33. Probl. 5.



Como ſe deſcriue ſobre vna recta dada, KF, *vn ſegmẽto de circulo, que admita el angulo rectilineo dado*, A, *o* B.

Si el angulo dado es recto; leuãteſe ſobre la recta dada, vn ſemicirculo. Y ſi es acuto, qual es A, formeſe en K, el angulo FkL, ſu igual, *pr.* 23. 1. tireſe de k, la perpendicular KC: y otra perpendicular NM, en N, punto medio de la dada KF *pr.* 11. 1. Pues EF, tirada ſerâ igual con Ek, *pr.* 4. 1. Luego el circulo que ſe deſcriuiere de E cẽtro, y ſemidiametro EK, paſſara ſu peripheria por F. Y porque HL, es perpendicular a HC, *conſtr.* toca el circulo en k, *pr.* 16. 1. y el ſegmento kMCF, deſcrito ſobre KF, admite el angulo D, igual con LkF, *pr.* 32. 3. igual cõ A, *conſtr.* Y ſi el angulo dado es el obtuſo B, formeſe como antes ſegmento que admita el acuto deinceps A; y el ſegmento reliquo admitirã el angulo G, igual al dado obtuſo B: porque los angulos G, D, igualẽ dos rectos, *pr. 22. 3.* y tambien los dados A, *B, pr. 13. 1.*

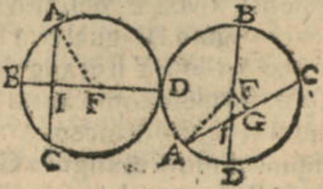
Propos. 34. Probl. 6.



Cómo se corta en vn circulo dado, CGF, vn segmento que admita angulo igual con vn angulo rectilineo dado, A; o con su deinceps, H.

Tiresele vna recta BD, tangente en C, *pr. 17. 3.* que haga con otra secante CF, el angulo FCD, igual cō A, *pr. 23. 1.* Pues el segmento CGF, admitirâ el angulo E, igual con FCD, *pr. 31. 3.* y con A. *Constr.* y el reliquo segmento admite angulo igual con FCB, *pr. 31. 3.* y con H, *pr. 13. 1.*

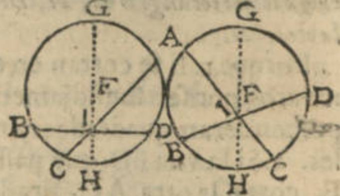
Propos. 35. Theor. 29.



SI dos rectas, AC, BD, se cortan en el circulo, ABCD: el rectāgulo de, AI, CI, los segmētos de la vna, AC, *es igual al rectangulo de, BI, DI, los segmentos de la otra, D.*

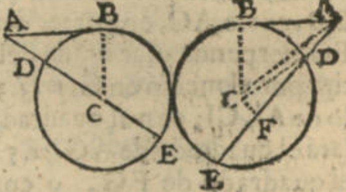
Porque 1. si se cortan en el cētro, sus segmentos, por ser semidiametros iguales. cōprehenderan quadrados y rectāgulos iguales. 2. Si la vna BD, que passa por el centro F, corta la otra AC, tirada fuera del centro, en semisses, y angulos rectos: el rectangulo de BI, DI, con el quadrado de IF, igualara el quadrado de BF, *pr.*5.2. o de AF, su igual: cuyo quadrado iguala los de AI, FI. *pr.* 47.1. Luego excluido el comū quadrado de FI, el rectāgulo de BI, DI, iguala el quadrado de AI, o el rectangulo de AI, CI, mitades de AC, *constr.* 3. Aunque el diametro BD, corte AC, en partes desiguales, en I; FG, perpendicular tirada del cētro F, la partira por el medio en G, *pr.*3.3. Y el rectāgulo de AI, CI; con el quadrado de IG, igualara el quadrado de AG, *pr.*5.2. Y con mas el quadrado de FG, o con solo el quadrado de IF, (que es igual con los dos de IG, FG, *pr.* 47.1.) igualara los quadrados de AG, FG: o el de FA, que los iguala *pr.*47 1. Pero el de FA, o FD su igual, iguala el rectāgulo de BI, DI; cō el quadrado de FI, *pr.* 5.2. Luego excluido el comun quadrado de FI, el rectangulo de BI, DI, igualara el

de AI,



de AI, CI. *ax.* 2. 4. Aunque ni AC, ni BD passare por el cẽtro, ni alguna dellas corte la otra por el medio; pues queda probado que el rectã-gulo de GI, HI, es igual con el de AI, CI; y con el de BI, DI; el de AI, CI, es igual cõ el de BI, DI, *ax.* 1.

Propos. 36. Theor. 30.



SI de vn punto, A, fuera del circulo, BDE, se tira vna recta tã gente, AB: y otra secante, AE: el rectangulo de la secante toda, AE, y del su segmento externo, AD; es igual con el quadrado de la tangente, AB.

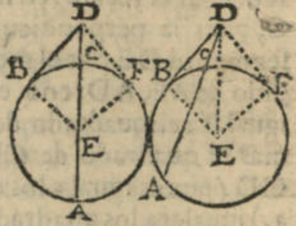
Porque si AE, passa por el centro C; el rectangulo de AE, AD; con el quadrado de CD, iguala el quadrado de AC, *pr* 6. 2. o los de AB, CB, *pr.* 47. 1. por ser B, angulo re-

recto, *pr.* 18.3. Luego excluidos los quadrados de las rectas iguales, DC, BC; el rectãgulo de A E, A D, igualara el quadrado de AB. Y si la secãte AE no passa por el cẽtro G, pues la perpendicular GF le parte su segmento DE por el medio, *pr.* 3.3. el rectãgulo de AE, AD, con el quadrado de FD, igualara el quadrado de AF, *pr.* 6. 2. y con mas el quadrado de CF, o con solo el de CD (que es igual a los de D F, FC, *pr.* 47. 1.) igualara los quadrados de A F, CF; o el de AC solo, *pr.* 47. 1. el qual iguala los de AB, CB, *pr.* 47. 1. Luego excluidos los quadrados iguales de las rectas iguales, D C, BC; el rectangulo de AE, AD, queda igual con e quadrado de AB.

Corr. *Luego* 1, *los rectangulos de los segmẽtos externos, y de las secantes, qualesquier que seã, tiradas del mismo punto, son iguales entre si: pues son iguales a la misma tangente.* 2. *Qualesquier tangentes que se tiran del mismo punto externo son iguales.* 3. *Del mismo punto, se pueden tirar solas dos tangẽtes iguales.* 4. *Si vna de dos rectas iguales, tiradas del mismo punto externo a la peripheria del circulo, es tangente; la otra lo es tambien.*

Pro-

Propos. 37. Theor. 31.



SI del mismo punto, D, fuera del circulo, ABF, se tirã dos rectas, DA, DB: de que la una, DA, corta el circulo: la otra, DB, le es incidente: y el rectangulo de la secante, DA, y de su segmento externo, DC, es igual al quadrado de la incidente, DB: la incidente, DB, es tangente.

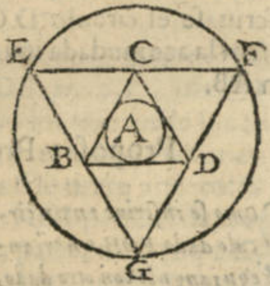
Porque si se tira otra tercera DF, tangẽte. *pr.* 17. 3. DFE, es angulo recto, *pr.* 18. 3. Y pues el rectãgulo de DA, DC, es igual cõ el quadrado de BD, *hyp.* y cõ el de DF, *pr.* 36. 3. DB, es igual con DF. Y porque BE, es igual con FE, *d.* 13. 1. y DE, comun; el angulo, DBE, es igual con DFE, *pr.* 8. 1. y recto; y DB, tangente *pr.* 16. 3. Si DA, no passare por el centro E; tirese la occulta DE, y la demonstracion procede.

ELEMEN-

ELEMENTO QVARTO

DEFINICIONES.

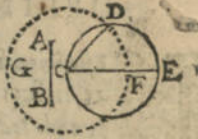
Definicion 1. Figura rectilinea *se dize* inscripta *en otra*, *BCD*, *en EFG*, *quando todos sus angulos*, *B*, *C*, *D*, *tocan los lados de la otra*. 2. *Y entõces la otra EFG*, *se dize circumscripta a ella*. 3. Figura rectilineas, *EGF*, *se dize* inscrpta en el circulo, *EFG*, *quando sus angulos todos*, *E*, *F*, *G*, *existen en la peripheria*. 4. Y circumscriptas, *BCD*, al circulo, *A*, *quando sus lados todos tocan la peripheria del circulo*. 5. *Y entonces* el circulo *se dize* inscripto *en el rectilineo*. 6. Y circũscripto *al rectilineo*, *EGF*, *quando su peripheria toca los angulos del rectilineo*. 7. *La* linea recta *EF*, *se dize* accomodada en el circulo, *EGF*, *quando sus extremos*, *E*, *F*, *existen en la peripheria*



Pro-

Propos. y. Probl. 1.

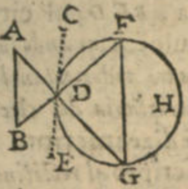
Como se acomoda en vn circulo dado, DEC, vna recta igual a otra dada, AB.



De C, o qualquier otro punto de la peripheria como centro, y semidiametro CF, segmento del diametro CE, igual con la recta linea dada A B, *pr.* 3. 1. descriuase el circulo D G F; y C D, tirada, sera la acomodada igual cõ CF, *d.* 13. 1. y con AB.

Propos. y Probl. 2.

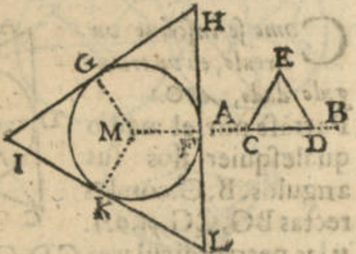
Como se inscriue en vn circulo dado FDH, vn triangulo equiangulo con otro dado, ADB.



En D, punto del contacto de la tangente CE. formese el angulo CDF, igual con A; EDG igual con B, *pr.* 23. 1. porque tirada la recta FG, el angulo F, sale igual con EDG, y B; G, igual con CDF, y A, *pr.* 32. 3. Y los reliquos en D, iguales, *pr.* 32. 1.

Pro-

Pro pos. y Probl. 3.

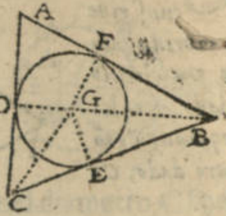


Como se circunscriue triangulo a vn circulo dado, FGk: equiangulo cō otro dado, CED.

En el cētro M, hagase el angulo GMF, igual con el externo ECA: FMk, igual con EDB, *pr.* 3.1. Tirense IH, LH, IL, tangentes a los puntos de los contactos G, F, k: *pr.* 17. 3. Concurriran en I, H, L, *pr.* 28. 1; pues si se tirare vna recta de G, para k el angulo KGI parte, serà menor que IGM; y GKI, parte, menor q̃ IKM, &c. Luego IHL, será triangulo circunscripto al circulo dado FGK, *definic.* 4. y serà equiāgulo cō el dado CED; porque GMF, con H, iguala a dos rectos, *pr.* 22. 3. y ACE, con ECB, otros dos, *pr.* 13. 1. Luego pues GMF, es igual con ACE, *constr.* H, es igual con ECD. Y del mismo modo se demōstra ser L, igual con EDC. Luego I es igual cō E, *pr.* 32. 1.

Pro-

Propos. y Probl. 4.



Como se inscriue vn circulo, en vn triangulo dado, ABC.

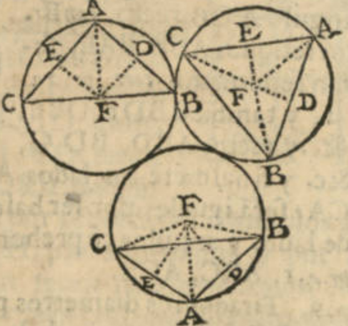
Partase por el medio qualesquier dos sus angulos, B, C, con las rectas BG, CG, *pr.9.1.* y las perpendiculares GD, GE, GF, tiradas serã iguales, *pr.26.1.* pues los angulos GBE, GBF, sõ iguales; y tãbiẽ iguales los angulos BEG, BFG, *constr.* y el lado opuesto, BG, comũ. Lo mismo cõsta en los triãgulos ECG, DCG. Luego el circulo que se descriuiere de G centro, y semidiametro GF, passara su peripheria por D, E; y quedará inscripto en el triangulo ABC, *d.* 3. 4.

Propos. y Probl. 5.

Como se circumscriue vn circulo a vn triangulo dado, ABC.

Es en substãcia la *pr.*23. 3. Partanse dos sus lados AB, AC, por el medio, cõ las perpendiculares DF, EF. concurriran en algũ punto, como en F, como constara si imaginamos

ginamos vna rectatirada entre E y D. Y pues AE es igual cō BD, *cōſt.* DF comū; y iguales los angulos ADF, BDF, *conſtr:* AF es igual cō BF,

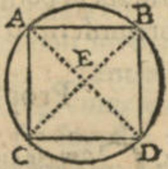


*pr.*4. 1. y con CF. Luego el circulo que ſe formare de F centro, y interualo BF, paſſarà ſu peripheria por A, B, C; y quedará circumſcripto al triangulo ABC, *d.6.4.*

Propoſ. y Probl. 6. y 9.

6. Como ſe inſcriue vn quadrado en vn circulo dado, ABDC.

9. Como ſe circumſcriue vn circulo, a vn quadrado dado, ACDB.



6. Tirenſe en el circulo dado ABDC, los diametros AD, BC, que ſe corten en angulos rectos en el cētro E: y el quadrilatero ACDB, le ſera quadrado

inſcripto. Porque ſiendo el angulo A E B, recto, *conſtr.* los reliquos ABE, BAE, ſeran ſemirectos, *corr. pr. 32. 1.* y tambien BDE, DBE, &c. y rectos ABD, BD C, &c. y finalmẽte los lados AB, BD, D C, CA, ſerã iguales, por ſer baſes de triãgulos de lados y angulos cõprehendidos iguales *pr. 4. 1.* ABC, ACB.

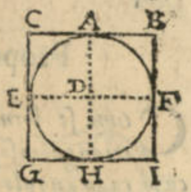
9. Tirados los diametros perpẽdiculares AD, BC, ẽ el quadrado dado ACDB, por ſer ſus lados iguales y ãgulos rectos, los ãgulos ABC, ACB, BAD, y los demas parciales en A, C, D, B, ſerã iguales, *pr. 5. 1.* y ſemirectos, *corr. 1 pr. 32. 1.* Luego los lados EA, EB, ED, EC, ſon iguales, *pr. 6. 1.* y el circulo formado de E centro, y ſemidiametro EA, paſſará ſu peripheria por B, D, C; y quedara circumſcripto al quadrado dado, *d. 6. 4.*

Propoſ. y Probl. 7. y 8.

7. *Como ſe circumſcribe vn quadrado a vn circulo dado. AGHF.*

8. *Como ſe inſcriue vn circulo en vn quadrado dado, BCHI.*

7. Tireſe las tangẽtes CB, BI, IG, GC, perpendi-



pendiculares a los diametros AH, E F, perpẽdiculares en D centro del circulo dado. Por ser rectos los angulos en E, y D, *constr.* las rectas AH, CG, seran paralelas, *pr.*28. 1. paralelas CA, GH, por ser rectos los angulos en A, y H. y CH, paralelogramo. y por la misma razon seran paralelogramos, AI, CF, GF, y por ser AHG angulo recto, *constr.* C lo será, *propos.* 34. 1. y por la misma razon rectos, G, I, B. Pero AH será igual con CH, BI; EF su igual, igual con CB, GI, *pr.* 33. 1. Luego CI es quadrado circumscripto al circulo dado.

8. Tirense por los puntos medios de los lados del quadrado dado, las rectas, A H, paralela con CG, BI: EF, paralela cõ CB, GI. *pr.* 31. 1. y seran iguales con los lados del quadrado dado. *prop.* 34. 1. y entre si. Y DC, DB, DI, DG, paralelogramos, y de lados iguales, *pr.* 34. 1. por ser semisses de rectos iguales, los que concurren en B, C, G, I, *constr.* Luego el circulo que se formare de D centro, y entreualo AD, passará su peripheria por los puntos E, H, F: y quedara inscripto en el quadrado dado.

Propoſ. y Probl. 10.

Como ſe forma vn triangulo iſoſceles, cuyo cada angulo en la baſis, ſea el duplo del reliquo.

Cortese qualquier recta AB, de modo q̃ el rectãgulo de la toda AB, y del vn ſegmẽto BC, iguale el quadrado del otro, AC. *pr.* 11. 2. De A centro, AB ſemidiametro, formeſe el arco BDE, en el qual ſe acomodara BD igual con AC, *pr.* 1. 4. Tiradas las rectas, AD, CD, circunſcriuaſe al triãgulo ACD, el circulo ADC, *pr.* 5. 4. al qual BD ſera tãgente en D, *pr.* 37. 3. por ſer el rectangulo de AB, CB, igual con el quadrado de BD, o AC, ſu igual, *cõſtr.* Luego el angulo BDC es igual con CAD, *pr.* 32. 3. y CAD, CDA, juntos igualarã a BDA, *ax.* 2. Y porq̃ BCD iguala a los dos, CAD, CDA; *pr.* 32. 1. iguala a BDA, ó DBA, ſu igual, *pr.* 5. 1. y DC, ſera igual cõ DB, *pr.* 6. 1. o cõ AC, ſu igual, *cõſtr.* y el angulo CAD, ſerâ igual con CDA, *pr.* 5. 1. y ABD, y tambien ADB, el duplo de BAD; pues DCB, ſu igual, lo es.

Pro

Propoſ. y Probl. 11.

Como ſe inſcriue vn pẽtagono equilatero y equiangulo, en vn circulo dado, ADBCE.

Inſcriuaſele el iſoſceles ABC, equiangulo con el del probl. 10. Y partidos ſus angulos en la baſis, por el medio, con las rectas BE, CD, *pr.* 9. 1. los quatro angulos en que los repartẽ, y el del vertice ſeran iguales, *pr.* 10. 4. iguales los arcos del circulo dado en que inſiſten *pr.* 26 3. iguales las cinco rectas AE, EC, &c, que ſubtenden eſtos arcos, *pr.* 29. 3. y finalmẽte iguales los cinco angulos que las miſmas ſubtenſas comprehenden, *pr.* 17 3. porque cada vn dellos inſiſte en tres arcos iguales, del miſmo circulo. Luego AECBD, es el pẽtagono que el problema pide.

Propoſ. y Probl. 12, y 13.

12 *Como ſe circunſcriue vn pẽtagono regular, a vn circulo dado, ABCDE.*

13. *Como ſe inſcriue vn circulo, en vn pentagono dado, HKLMG.*

12. Tirense, *pr.* 17. 3. las tāgētes HK, kL, LM, MG, GH, perpēdiculares a las rectas FA, FB, FC, FD, FE, que tiradas de F, centro del circulo dado, demārquen en su periphería los angulos de vn pētagono regular inscripto, *propos.* 11. 4. Pues las tales tangentes concurriran, *pr.* 28 1. Y cōprehenderan el pentagono del problema. Porq̄ los quatro angulos de los quadrilateros BC, CD, igualā quatro rectos, *corr.* 5. *pr.* 32. 1. y los en B, C, D. &c. son rectos, *pr.* 18. 3. Luego los dos BkC, BFC, igualā dos rectos: y CLD, CFD &c. Pero BFC, CFD, son iguales, *pr.* 27. 3. Luego los angulos del pontagono, en K, L. &c, lo son. Y sus lados tambien; porque HB, es tangente igual cō HA; GA, con GE, &c. *Corr.* 2. 3 6. 3. BF, cō AF, &c. *d* 13 1. HF, comū. Luego el angulo BFH iguala AFH; AFG, EFG, &c. *pr.* 8. 1. Pero consta ya que BFA, es igual cō AFE, &c. Luego HFA, GFA, mitades de angulos iguales, son iguales. Y pues tambiē los rectos HAF, GAF, son iguales: y el lado adjacente AF, comun; HA. es igual con GA, *pr.* 26. 1. y la mitad de HG: HB, la mitad de

HK,

HK, &c. Y pues las mitades HA, HB, son iguales: las todas, HG, Hk, GM, &c. son iguales.

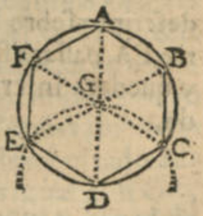
5. Cortense qualesquier dos angulos del pentagono dado HKLMG, por el medio con las rectas GF, HF, *pr.* 9. 1. estas cõcurriran en algun punto, como en F, *pr.* 28 1. Del qual punto si se tiran las rectas FK, FL, FM, partiran los reliquos angulos por el medio: pues a cerca de los angulos iguales FGH, FGM, *constr.* los lados FG, GH, son iguales con FG, GM. Luego el angulo FHG, es igual con FMG *pr.* 4. 1. Y pues FHG, es la mitad del todo H; FMG, lo serâ del todo M; su igual, *hyp.* &c. Tirẽse mas las perpendiculares FA, FB, FC, FD, FE; y porque en los triãgulos FAH, FBH, los angulos rectos en B, y A, son iguales, y los en H; y el lado oppuesto FH, comun; FB, FA, son iguales, *pr.* 26. 1. Lo mismo es de los reliquos perpendiculares. Luego el circulo descripto sobre F centro, de semidiametro FA, passara su peripheria por B, C, D, E; y quedara inscripto en el pentagono dado.

Propos. y Probl. 14.

Como se circumscriue vn circulo, a vn pẽtagono regular dado, ABCDE.

Partanse por el medio qualesquier sus dos angulos, por las rectas BF, CF. *pr.* 9. 1. y en los triangulos ABF, CBF; los lados AB BF, seran iguales con CB, BF; y iguales sus angulos contenidos en B. *hyp.* Luego AF será igual con CF, *pr.* 4. 1. y con BF, EF, DF, por la misma razon. Luego el circulo descripto de F centro, y semidiametro FA, passará su peripheria por B, C, D, E; y quedará circũscripto al Pentagono ABCDE.

Propos. y Probl. 15.



Como se inscribe vn hexagono regular, en vn circulo dado, AEC.

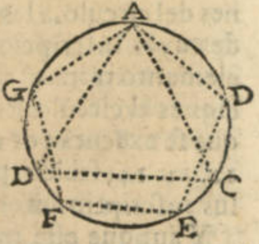
Tirese en el circulo vn diametro AD; de D centro, y interualo DG mitad de AD, el arco EGC: y de

EC,

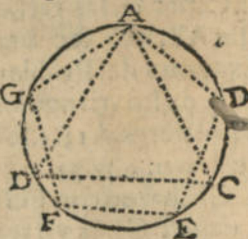
E,C,por G, las rectas EB, CF. Pues las rectas AB, BC, &c tiradas, cōprehēderan el Exagono del Problema. Porque cada angulo de los triangulos EGD, CGD, que sō equilateros, *d.* 13. 1. serâ vn tercio de dos rectos, *corr.* 4 *pr.* 32. 1. y los dos āgulos CGD, DGE, hazen con EGF, dos rectos, *pr.* 13. 1. Luego FGE es vn tercio de dos rectos: y todos tres son iguales ētre si: y cō los reliquos oppuestos ē el vertice G, *pr.* 15. 1. Luego los arcos en que insisten lo son, *pr.* 29. 3. y cōprehenderan hexagono equilatero: y equiangulo; porq̄ cada par de los angulos parciales ē A, B, &c, sō dos tercios de dos rectos. Corr. *Luego el lado del hexagono, es igual al semidiametro del circulo en el qual se inscriue.*

Propos. y Probl. 16.

Como se inscribe vn quintedecagono regular, en vn circulo dado, AGFC.



Inscriuase el triāgulo equilatero ADC, *pr.* 2. 4. y el pētagono regular, AGFED, *pr.* 11. 4. cuyo algun angulo se componga cō algun otro del triãgulo, como en A. Y porq̃ A D ſubtende vna tercia, y A G vna quinta parte de la peripheria: ſi eſta ſe imagina repartida en 15. partes iguales, el arco AG



cõtẽdra tres dellas, GDF otras tres; y el arco AGD, cinco. Luego DF, ſerá vna decima quinta parte. Luego ſi ſe ſubtẽde vna recta entre D, F, y otras quatorze iguales, *pr.* 1.4; quedará inſcripto quindecagono equilatero: y equiangulo, *pr.* 27.3. pues cada vno de ſus angulos, inſiſte en treze partes iguales de la miſma peripheria.

No ha ſido neceſſario aduertir el methodo de las inſcripciones y circumſcripciones del circulo, a las figuras regulares todas: de cuyas inſcripciones en el circulo, eſte elemento trata: ni tan poco ſus circũſcripciones al circulo. Porque ſon operaciones, que ſe executã por el arte de los problemas 12, 13, 14; ſabido primero el methodo de ſus inſcripciones en el circulo.

Y aunque eſte miſmo elemento enſeña ſolamente las inſcripciones del Triangulo, Quadra-

Quadrado, Pẽtagano, Hexagono, y Quindecagono: ſus praxis ſe pueden eſtẽder por la continua biſecion de ſus lados, a las inſcripciones de otras infinitas figuras regulares, que las exceden por duplo mayor numero de lados: y las vnas a las otras, continua, y ſucceſsiuamente. Por la biſeciõ pues de los lados del Triãgulo, ſe inſcriue el Hexagono; por la de los del Hexagono, el Dodecagono, &c. Por la de los del Pẽtagono, el Decagono; por la de los del Decagono, el Icoſagono, &c. por la biſeciõ de los lados del Quadrado, el Octagono; por la de los del Octagono, el Sextedecagono, &c.

Ni ſolo el Pẽtagono, ſino las demas figuras regulares todas, ſe pudierã inſcriuir en el circulo, immediatamente, por medio de vn Iſoſceles, cuyos iguales angulos en la baſis tuuieran la proporcion con el del vertice, que agora apuntare.

Por la inſcripcion del Iſoſceles, cuyo cada angulo en la baſis fuera igual con el del vertice, ſe inſcriuiria el Triãgulo regular: pues el tal Iſoſceles lo ſeria. Por la inſcripcion del Iſoſceles, cuyo cada angulo en la baſis fuera el duplo del del vertice, ſe inſcriuiria el Pentagono, pr. 11. 4. Por la inſcripcion del Iſoſceles cuyo cada angu-

lo

lo en la basis fuere el triplo del del vertice; se inscriuiria el Heptagono: con solo diuidir cada angulo en la basis en tres partes iguales. El Enneagono, por la inscripcion del Isosceles, cuyo cada angulo en la basis fuere el quadruplo del del vertice: con solo diuidir cada vno dellos, en quatro partes iguales. Y assi de las demas regulares de lados impares. De suerte que los angulos en las bases de los Isosceles que siruẽ a su inscripcion, han de ser multiplices de los de los vertices, segun el augmento continuo de proporcion apuntado.

Pero los que siruen a las inscripciones de las figuras regulares de lados pares, o de numero igual, han de tener proporcion sesquialtera con los de los vertices; en continuo agmento, segun el orden, y excesso de las mismas figuras. Inscribiriase pues el quadrado, por Isosceles, cuyos angulos en la basis, fuerẽ sesquialteros del del vertice. El Hexagono, por el Isosceles cuyos angulos en la basis fuerẽ duplos sesquialteros del del vertice. El Octagono, por el Isosceles, cuyos angulos en la basis fueren triplos sesquialteros del del vertice, &c.

Pero porque hasta aora no se ha hallado geometrica coustrucion destos tales Isosceles

celes (por mas q̃ Orontio se aya pagado de lo que erradamente fabrico) los autores se veen obligados a aprouecharse de otros modos bastantemente geometricos, pero que piden, y prometo en lugar mas proprio.

ELEMEN-

ELEMENTO QVINTO.

DEFINICIONES.

Definicion 1. Parte, *es magnitud de magnitud menor de mayor, quando la menor mide la mayor. Define la parte* aliquota, *qual es 4 de 8, 12, 16, no la* aliquanta, *qual es 4 de 5, 7, 9. Definicion que las comprehenda a entrambas, y lo es de parte en comun, es.* Parte, *es magnitud, de magnitud, menor de mayor, quando la menor repetida excede la mayor.*

2. Multiplice, *es magnitud de magnitud, mayor de menor, quando la menor mide la mayor. Es tambien difinicion particular de multiplice cõparado con su parte aliquota. La definicion de multiplice en comun, es.* Multiplice, *es magnitud de magnitud, mayor de menor, quando la menor repetida excede la mayor.*

3. Proporcion, *es mutua habitud en cantidad de dos magnitudes de la misma especie. Mutua habitud en cantidad es lo mismo que fundamẽto para que las magnitudes que la tienen, se puedã comparar entre si, como iguales o desiguales. O es su misma igualdad o desigualdad. Ni basta que se puedan comparar entre si de otra suerte, como en conue-*

nien-

nientia o desconueniencia de naturalezas, propriedades, o accidentes. Y aunque esta habitud funda proporcion principalmente entre cantidades continuas; se estiende a las discretas; y a las demas cosas que retienen algun resabio de cantidad; como sō vozes, lugares, mouimiētos, pesos, medidas, potencias, &c: si se comparan entre si como iguales o desiguales. Y la magnitud que se compara a otra, se llama el Antecedente de la proporcion; Consequente, la magnitud a que otra se compara.

4. Las magnitudes son de la misma especie, (en orden a proporciō) quādo qualquier dellas multiplicada puede exceder la otra. No son luego de la misma specie, linea, superficie, y cuerpo: ni el angulo rectilineo, y el de contingencia.

5. Semejança en proporcion se llama proporcionalidad, o analogia. La habitud en cantidad que 6 tiene con 3, o 8 con 4, se llama proporcion. Y porque 6 tiene con 3: la misma habitud en cantidad, q̄ 8 con 4: esta semejança en habitud o proporcion, entre 6, 3; 8, 4: se dize analogia.

6. Las magnitudes que tienen la misma proporcion, se llaman proporcionales.

7. Proporcionalidad pide tres terminos ā lo menos. Y bastan quando es continua: como es la que se halla entre 8, 4, 2. Pero quando es discreta o interrupta, qual es la que intercede entre 8, 4; 6, 3; necessita de quatro terminos.

8. Qua

8. Quatro, o mas magnitudes, son proporcionales: *que es, la primera 6, tiene con la segunda 3: la misma proporcion que la tercera 8, con la quarta 4: quando los equimultiplices (qualesquier q̃ sean) 12, 16 (o qualesquier otros) de la primera y tercera, 6, 8: sõ de la misma suerte mayores, menores, o iguales con los equimultiplices (qualesquier que sean) 9, 12; (o qualesquier otros) de la segunda y quarta, 3, 4: El vno con el vno; 12, con 9; como el otro con el otro; 16, con 12. De manera que si 12, multiplice de la primera 6; es mayor q̃ 9, multiplice de la segunda 3: 16, equimultiplice de la tercera 8, (o que es tã multiplice de 8 la tercera, quanto 12 lo es de 6, la primera) es mayor que 12, equimultiplice de la quarta 4; o que 12, que es tã multiplice de 4 la quarta, quanto 9 lo es de 3, la segunda: y si menor menor: igual, si igual. Porque proporcion es mutua habitud en cantidad de dos magnitudes, o su misma igualdad o desigualdad, fundamento para que se puedan cõparar entre si como iguales o desiguales. Luego para q̃ quatro magnitudes sean proporcionales, o que el vn par tenga entre si la misma proporcion que el otro; es necessario q̃ la vna, o la primera magnitud del vn par; sea mayor, menor, o igual cõ la otra segunda; de la misma suerte que la vna del otro par, o la tercera magnitud; es mayor, menor, o igual cõ la otra, o quarta magnitud. Luego tambien es necessario q̃ sus equi-*

mul-

multiplices obseruan entre si la misma correspondẽcia. Pues los equimultiplices de dos magnitudes, son las mismas magnitudes tomadas igual numero de vezes. Luego la misma proporcion que quatro cantidades tienen entre si, tienen sus equimultiplices. Y aunque en la explicacion desta definiciõ, o theorema vniuersal y lema, vso de exemplo de magnitudes de la proporcion discreta; lo mismo se entiende de la continua: porque aunque sus terminos realmẽte no passan de tres, son quatro virtualmente; pues el segundo se toma dos vezes, y sirue de la segunda y tercera magnitud.

9. *Quando el equimultiplice de la primera magnitud, excede el de la segunda, y el de la tercera, no excede el de la quarta; la primera tiene mayor proporcion con la segunda, que la tercera con la quarta.*

10. Magnitudes homologas, *son Antecedẽtes cõ Antecedẽtes, y Consequentes con Consequẽtes.*

11. Proporcion alterna, o permutada, *es quando el antecedente se compara con el antecedẽte; y el consequente con el consequente. Como si 9 tiene con 3, la proporcion que 6 con 2: se infiere, luego alternando, o permutando; 9 tiene con 6, la que 3 con 2. Este modo de argumentar necessita de magnitudes todas de la misma especie. Porque aunque la primera magnitud tenga cõ la segunda, vna linea con otra; la misma proporcion que la ter-*

cera con la quarta, vna superficie con otra: no se infiere, luego la primera, que es linea, tiene con la tercera que es superficie, la proporcion que la segũda, que es linea, con la quarta, que es superficie.

12. Proporcion inuersa, o conuersa, *es quando el consequente como antecedente, se compara con el antecedẽte como consequente. Si 9 tiene con 3, la proporcion que 6 con 2: Luego conuertiendo, 3 tiene con 9, la que 2 con 6.*

13. Composicion de proporcion, *es quando el compuesto del antecedente y consequente, se compara con el consequente. Si 9 tiene con 3, la proporcion que 6 con 2: Luego componiendo, 12 tiene con 3, la que 8 con 2.*

14. Diuision de proporcion, *es quando el excesso que el antecedente haze al consequente, se compara conel consequente. Si 9 tiene con 3, la proporcion que 6 con 2: Luego diuidiendo, 6 tiene cõ 3, la que 4 con 2.*

15. Conuersion de proporcion, *es quãdo el antecedente se compara con el excesso que haze al consequente. Si 9 tiene con 3, la proporcion que 6 cõ 2: Luego por conuersion de proporcion, 9 tiene con 6, la que 6 con 4.*

16. Igualdad de proporcion, *es quando propuestas tres, o mas magnitudes, y otras tantas: de tal suerte proporcionales, que dos y dos tengan siempre la misma proporcion; se infiere, luego por igualdad*

dad de proporcion, la primera del vn terno, tiene cõ su vltima, la proporcion que la primera del otro, con su vltima.

17. Igualdad de proporciõ ordenada, *es quando propuestas tres o mas magnitudes, 12, 6, 3; y otras tantas, 8, 4, 2: de tal suerte proporcionales, que la primera del primer terno, tenga con su segũda, 12 con 6, la proporcion que la primera del segundo terno, con su segunda, 8 con 4: y la segunda del primer terno, con su tercera, 6 con 3, la proporcion que la segunda del segundo terno con su tercera, 4 con 2: Y se infiere, luego por igualdad de proporcion ordenada, la primera con la vltima del primer terno, 12 con 3; tiene la proporcion que la primera del segundo terno, con su vltima, 8 con 2.*

18. Igualdad de proporciõ perturbada, *es quãdo propuestas tres, o mas magnitudes, 12, 8, 4; y otras tantas, 12, 6, 4; proporcionales desordinadamente, de tal suerte, que la primera magnitud del primer terno, tenga con su segunda, 12 con 8, la proporcion que la segunda magnitud del segundo terno, con su tercera, 6 con 4; y la segunda magnitud del primer terno, tiene con su tercera, 8 con 4, la q̃ la primera magnitud del segundo terno, con su segunda del mismo terno, 12, con 6: Y se infiere, luego por igualdad de proporciõ desordenada, la primera magnitud del primer terno, tiene cõ su vltima, 12 con 4, la proporcion, que la primera del*

ſegundo, con ſu vltima, 12 *con* 4.

Haſta aqui las definiciones ordinarias deſte elemento. Pero añadire dos palabras dè las varias eſpecies de proporciõ, por ſer diuertimiẽto, que en lugar proprio, darâ mucha luz a la materia entre manos: y allanarâ el horror del incondito lenguaje en que ſe ſuele proponer.

Quãdo la proporcion de dos magnitudes, es tal, q̃ ſe puede explicar en numeros; como ſi es dupla, tripla, &c. qual es la que intercede entre magnitudes commenſurables, o que tienen alguna aliquota comũ, o la miſma comun medida: ſe llama *proporcion racional*. Y *irracional*, quando no: qual es la que intercede entre el diametro y el lado del quadrado; pues el diametro no excede el lado por parte alguna aliquota, ſegunda, tercera, quarta, o otra alguna q́ les puede medir a entrambos; quiero dezir, q́ repetida, o multiplicada algunas vezes determinadas, ſe ajuſte con el vno, y el otro: o que ſe pueda exprimir en numeros.

La proporcion que ſe halla entre magnitudes iguales, ſe llama *proporcion de igualdad*: y *deſigualdad*, la que entre deſiguales. y quando la magnitud mayor ſe compara cõ la menor, *de mayor deſigualdad*: *de menor*, quã-

do

do la menor ſe compara con la mayor.

La proporcion racional *de mayor deſigualdad*, ſe diuide en *multiplice, ſuperparticular, ſuperparciente, multipliceſuperparticular, multiplice ſuperparciente*. La *de menor deſigualdad*, en *ſub multiplice, ſubſuperparticular, ſubſuperparciente, ſubmultipliceſuperparticular, ſubmultipliceſuperparciente*.

Proporcion multiplice, es la habitud en cantidad de la mayor magnitud con la menor, quando la mayor contiene la menor algunas vezes precisa y juſtamente; como 2, 3, o 4 vezes &c. & ſegun las vezes que la contiene, ſe llama *dupla, tripla, quadrupla*, &c.

Proporcion ſuperparticular, es quando la mayor contiene la menor vna ſola vez; y mas alguna ſu parte aliquota de la contenida; como mitad, tercera, quarta parte, &c. Quando vna vez y vna mitad, ſe llama *proporcion ſeſquialtera*: *ſeſquitertia*, ſi vna vez, y vna tercera parte: ſi vna vez, y vna quarta, *ſeſquiquarta*, &c.

Proporcion ſuperparciente, es quando la mayor cõtiene la menor vna ſola vez; y mas algunas ſus partes aliquotas; pero tales, que todas juntas no componen alguna ſu aliquota. Tal es la proporcion que 8 tiene con 5; pues le contiene vna vez, y tres vnidades ſus aliquotas de 5, pero que juntas no hazẽ alguna aliquota de 5. Si la mayor contiene la menor vna vez, y mas dos ſus aliquotas, que no hazen vna ſu aliquota, ſe llama *ſuperbiparciente*: ſi tres *ſupertriparciente*, &c. Y ſi las dos partes ſobreañadidas ſõ dos tercias, ſe llama *ſuperbiparciente tercias*; ſi quintas, *ſuperbiparciente quintas*, &c. Si cinco tercias, *ſuperquintuparciente tercias*: ſi 10 vndecimas, *ſuperdecuparciente vndecimas*, &c. Pero en eſta eſpecie no puede auer ſuperparciente ſegundas. Porque ſi la mayor cõtiene la menor vna vez, y dos ſus partes ſegundas, la contiene dos vezes, y es multiplice; dupla. Si vna vez, y vna ſegunda, es ſuperparticular; ſeſquialtera. Tampoco puede auer ſuperbiparciente quartas, ſextas, octauas, decimas &c: Porque dos quartas, hazen vna mitad; dos ſextas, vna tercera, &c. Y aſsi las tales proporciones ſerã ſiẽpre ſuperparticulares.

Proporcion multiplice ſuperparticular, es quando la mayor magnitud contiene la menor algunas vezes, como dos, tres, quatro, &c. y mas alguna ſu parte aliquota. Tal proporcion tiene 9 con 4: pues la contiene dos vezes, y mas vna ſu quarta parte; y ſe llama, *dupla ſuperparticular ſeſquiquarta*. Y ſegun las ve-

zes

zes que la mayor cõtiene la menor, tiene el apellido *de dupla, tripla, quadrupla superparticular*, &c. Y si la aliquota que sobreañade es mitad, tercera, quarta parte, &c de la menor; se dize *dupla, tripla, quadrupla, &c. sesquitercia. sesquiquarta, &c.*

Multiplice superparciente, es quando la mayor contiene la menor algunas vezes, como dos, tres, &c; y algunas sus aliquotas, que no hazen vna su aliquota. Tal proporcion tiene 11 con 3 Si la cõtiene desta suerte dos vezes, es *multiplice dupla superpaciente*: si tres, *multiplice tripla superparciẽte, &c.* Y segun el numero de las aliquotas que sobreañade, se dize *multiplice dupla, tripla, &c. superduparciente, supertriparciẽte, &c.* Y finalmente segun la calidad, o denominaciõ de las sobreañadidas, *multiplice dupla, tripla, &c. superbiparciente, supertriparciente, &c. Primeras, terceras, quintas, vndecimas, &c.*

Todo lo que acabo de aduertir de las cinco especies de la proporciõ *de mayor desigualdad*, se entiẽda *de la de menor desigualdad*, añadiendo la particula sub. Pues como la proporcion de 10 cõ 1, es *decupla*; la de 1 cõ 10, es *subdecupla*. Como la de 11 cõ 3, es *tripla superbiparciente tercias*; la da 3 cõ 11, es *subtripla superbiparciente tercias, &c.*

Estas son las diuisiones, y especies possibles en la proporcion racional de mayor y menor igualdad. Porque la magnitud mayor, forçosamẽte cõtiene la menor algunas vezes precisas, y tiene cõ ella *la proporciõ multiplice*; o vna vez, y mas vna su aliquota, y es *superparticular*; o vna vez, y mas algunas sus aliquotas que no hazen vna aliquota, y es *superparciente*. O mas que vna vez, y vna su aliquota, y es *multiplice superparticular*: o finalmẽte mas que vna vez, y algunas sus aliquotas que no componen vna aliquota, y es *multiplice superparciente*. Y de las misma suerte solamente, puede ser vna magnitud contenida en otra.

Estas especies de proporcion, por razon de las varias materias en que se exercitan, constituyen las tres principales especies de proporcionalidad, o analogia; que son la *Geometrica*, la *Arithmetica*, y la *Hermonica*, o musica.

Analogia o proporcionalidad Geometrica, es quando tres o mas numeros o magnitudes, tienen la misma proporcion, como queda aduertido en la definicion 5. 5. Como entre 2, 6, 18, &c. Pues cadavna destas magnitudes o numeros, tiene la misma proporciõ con su immediato. Y es continua, o discre-

ta,

ta, como aduerti *d.* 6, 5. Esta analogia es la que propriamente se dize, *proporcionalidad*: y la arithmetica y hermonica, mediedad.

Proporcionalidad arithmetica, es quando tres o mas numeros proceden con la misma diferencia: como 4, 7, 10, &c. de los quales cada vno excede su precedente por 3. Y es *cōtinua*, quando cada vno assi excede su precedente sin discontinuar la progression, como en el exemplo puesto; y *discreta*, quādo su progression admite interrupcion, y solos dos y dos la conseruan, y no cada vno con su precedente immediato; quales son, 8, 11: 15, 18: 19. 22, &c.

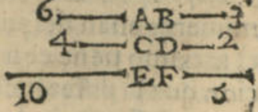
Proporcionalidad hermonica, es quando tres numeros estan despuestos de tal suerte, que el maximo tiene con el minimo, la proporcion que la differencia de los dos mayores, con la differencia de los menores. De modo que ni tienen la misma differencia, como en la proporcionalidad arithmetica; ni la misma proporcion, como en la Geometrica. Tales son, 3, 4, 6. Porq̄ el maximo 6, tiene con el minimo 3, la proporciō dupla: que es la proporcion q̄ la differencia de los dos mayores, 6 y 4, que es 2, tiene con la differencia de los dos menores 4, y 3, que es

1. Lo

1. Lo mismo se v en los numeros 42, 12, 7. Llamase *hermonica*, porque funda las consonãcias musicas. Como se vee en el primer exemplo, 6, 4, 3. Pues 6 tiene con 4, la *proporcion sesquialtera*, en que consiste la *consonãcia diapente, o quinta*: 4 tiene con 3, la *proporcion sesquitercia*, en que consiste la *consonancia diatesseron, o quarta*; y 6 tiene con 3, la *proportion dupla*, en que la *consonancia diapason, o octaua*, consiste.

PROPOSICIONES.

Propos. y Theor. 1. y 12.



1. *SI qualesquier magnitudes, A, C, son equimultiplices de otras tantas, B, D; cada qual igualmente de su correspondiente, A de B, como C de D: Todas iuntas, A C, o E, son tan multiplices de todas juntas, de BD, o F, como cada vna en particular de su correspondiẽte, como A de B, o como C de D.*

12. *Si qualesquier magnitudes son proporcionales, A con B, como C con D: todos los antecedẽtes juntos, AC, o E, tienen con todos los consequẽtes juntos, BD, o F, la proporcion que cada antecẽ-*

te

ſe pãrticular con ſu cõſequente particular; la que A con B; o la que C con D.

1. Porque los todos no pueden ſer mayores o menores que todas ſus partes juntas. Luego el todo E, no puede contener el todo F, mas o menos vezes, q̃ AC, las partes todas de E, contiene BD, todas las partes de F.

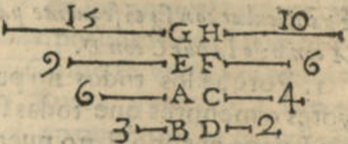
12. Y por la miſma razon, no puede E, cuyas partes todas ſon AC, tener con F, cuyas partes todas ſon BD, otra proporcion que la que A ſeparada, tiene con B ſeparada: o que la que C ſeparada tiene con D ſeparada. Pues ſi puede; los todos pueden ſer de otra ſuerte mayores, iguales, o menores que ſus partes juntas.

Propoſ. y Theor. 2. y 24.

2. *Si la primera magnitud, A, es tã multiplice de la ſegunda, B; como la tercera, C, de la quarta D: y la quinta, E, tã multiplice de la ſegunda, B; como la ſexta, F, de la quarta, D: G, la compueſta de, A, E, la primera y quinta, es tan multiplice de la ſegunda, B; como*

H, la

H, la cõpuesta de, C, F, la tercera y ſexta, de la quarta, D.



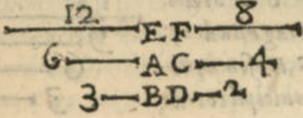
24 *Y ſi la primera, A, tiene con la ſegũda, B; la proporcion que la tercera, C, cõ la quarta, D: y la quinta, E, con la ſegunda, B; la que la ſexta, F, cõ la quarta, D: G, la compueſta de, A, E, la primera y quinta, tiene con la ſegunda, B; la proporcion q̃, H, la compueſta de, F, C, la tercera y ſexta, con la quarta, D.*

2. Porque ſi B,D, la ſegunda y quarta ſe contienen iguales vezes en la ſus particulares equimultiplices: en A, C; y tambien en E, F: ſe contienen las miſmas iguales vezes en G, H, multiplices cõpueſtos dellos como de ſus partes todas.

24. Y por la miſma razon, ſi B es tal parte de A, y de E; qual parte D es de C, y de F: B es tal parte del todo G compueſto de A y de E como de ſus partes todas, qual parte D es del todo H, compueſto de C, y de F, como de ſus partes todas.

Propoſ. y Theor. 3.

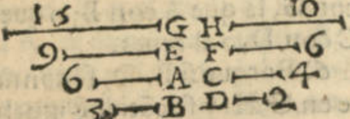
S*I la primera magnitud, A, es tan multiplice de*



de la ſegunda, B; como la tercera, C, de la quarta, D; y ſe tomã, E, F, equimultiplices de, A, C, la primera y tercera: E, el multiplice de la primera, A, es tam multiplice de la ſegunda, B; como, F, el multiplice de la tercera, C, de la quarta, D.

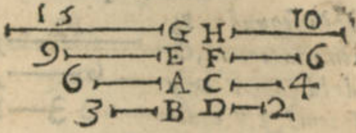
Porque tomar equimultiplices de A, C, primera y tercera, no es otra coſa q̃ las miſmas primera y tercera, A, C, cada vna dellas, mas vezes en igual numero. Luego ſi B, D, ſe contienen igual numero de vezes en A, C; ſe contienẽ igual numero de vezes, en E, F, ſus equimultiplices de A, C, *pr.* 1. 5.

Propoſ. y Theor. 4. y 6.



4. S*I la primera magnitud, A, tiene con la ſegũda, B; la proporcion que la tercera, C, con la quarta, D: E, F, qualeſquier equimultiplices de, A, C, la primera y tercera; tienen la miſma con, G, H, qualeſquier equimultiplices, de, B, D, la ſegunda y quarta.*

6. Y si dos magnitudes, G,H, son equimultiplices de otras dos, B,D:



y sus ablatas, E, F, equimultiplices de las mismas B,D: las reliquas, A, C, son equimultiplices de las mismas, B,D: o sus iguales.

4. Porque en razon de proporcion, o de mayor, menor, y igual: lo mismo es comparar las magnitudes separadas, B,D, con las separadas, A,C; como es cōparar G,H; o B,D, igualmente multiplicadas; con E,F; o A,C, igualmente multiplicadas, *d.* 8. 5. Luego si A,C, tienen la misma proporcion con B, D; E,F, sus equimultiplices, tendrā la misma con G,H, los equimultiplices de, B,D. Quiero dezir, que E tendra con G, la proporcion que F con H: no que E tendra con G, la que A con B; o que F con H, la q̄ C con D; o al reues.

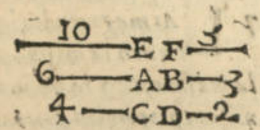
k. *6.* Porque si B, D, se contienē igualmēte en G,H; y se cōtienē igualmēte en E,F, las partes ablatas de G,H: se cōtēdrā igualmēte en las reliquas partes, A, C. porq̄ las partes todas igualā a los todos. Luego A, C, las reliquas quedaran equimultiplices, de, B,D, si las quedaren mayores: o sus iguales.

Corr.

Corr. Del quarto theorema se suele inferir 'a certeça de la proporcion conuersa. Pero no necessita de prueua, por ser en si euidentissima. Pues si A es tanto mayor que B, quanto C es mayor que D: quiē dudarà ser B tanto menor que A, quanto D es menor q̄ C? Y en esto consiste la proporcion conuersa.

Propos. y Theor. 5. y 19.

5. *SI vna magnitud, E, es tan multiplice de otra, F; quāto la ablata, A, de la ablata, B; la reliqua, C, es tan multiplice de la reliqua, D, quanto la toda, E, de la toda, F.*



19. *Y si la toda, E, tiene con la toda, F, la proporcion que la ablata, A, con la ablata, B: la reliqua C, tiene con la reliqua, D, la que la toda, E, con la toda F.*

5. Porq̄ si la toda E, es el duplo de la toda F; y la ablata A, el duplo de la ablata B: y la reliqua C, no queda el duplo de la reliqua D: todas las partes de F, q̄ son B, D; no se contendran en las partes todas de E, que son A, C: como el todo F, en el todo E.

19 Y siendo A, la ablata de E, tanto mayor que B, la ablata de F, quanto el todo E, es mayor que el todo F; o al reues. Si la reliqua

liqua C, no queda tanto mayor, que la reliqua D; quanto la toda E, es mayor que la toda F: o al reues: todas las partes de E, ſon mayores o menores que todas las de F; de otra ſuerte que la toda E, es mayor o menor que la toda F.

Propoſ. y Theor. 7. y 9.

7 L*As magnitudes iguales, A, B, tienen la miſma proporcion cō la miſma, C: y la miſma, C, tiene la miſma proporcion con las magnitudes iguales, A, B.*

9. *Las magnitudes, A, B, que tienen la miſma proporcion, con la miſma, C, ſon iguales; y las magnitudes, A, B, con que la miſma, C, tiene la miſma proporcion, ſon iguales.*

7. 9. Entrambos theoremas conſtan euidentemente de la miſma definiciō de proporcion, que no es otra coſa q̃ habitud en cantidad de dos o mas magnitudes, ſegun que ſon mayores, iguales, o menores, la vna que la otra. *d.* 3. 5.

Propoſ. y Theor. 8. y 10.

A, La

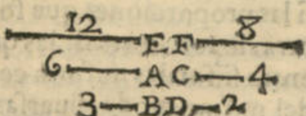
8. *A, La mayor de dos magnitudes, A, B, tiene mayor proporcion, con la misma, C, que la menor,* B. *Y la misma, C, tiene mayor proporcion con la menor, B, que con la mayor, A.*

10. *A, la magnitud que tiene mayor proporcion con la misma, C, es mayor, que, B la q̃ la tiene menor con la misma, C. Y la magnitud, C, con que otra, A, tiene mayor proporcion; es menor que, B la con que tiene menor proporcion.*

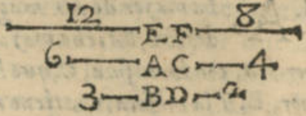
8 10. Entrambos theoremas constan claramente de la definicion de mayor proporcion, que es mayor habitud en cantidad, de vna magnitud cō otra, segū que la excede mas, si es su mayor; o se allega mas a ella, si es su menor *d.8 y 9.5.* lo qual entendido, los theoremas no tienen difficultad alguna.

Propos. y Theor. 11.

LAs proporciones, que son las mismas con otra, son las mismas entre si.

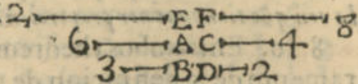


Si la proporcion que A tiene con C, es la misma que la q̃ E tiene con F: y si la pro-



porcion, que B tiene con D, es la misma que la que B tiene con F: la proporciõ que A tiene con C, es la misma que la que B tiene con D. Es axioma.

Propos. y Theor. 13.



SI la primera magnitud, A, tiene con la segunda, B, la misma proporcion, que la tercera, C, cõ la quarta, D; y la tercera, C, tiene con la quarta, D mayor proporcion, que la quinta, E, con la sexta, F: la que la primera, A, tiene con la segunda, B, es mayor, que la que la quinta, E, tiene con la sexta, F.

Este theorema cõsta del vndecimo. Pues si las proporciones que son las mismas con otra, lo son entre si: las que son las mismas entre si, son las mismas con otra tercera; y del mismo modo diuersas della; de suerte, q̃ si la vna es mayor, menor, o igual con la tercera; la otra tambien lo es.

Propos.

Propos. y Theor. 14. y 15.

8 ——— AB ——— 4
6 ——— CD ——— 3

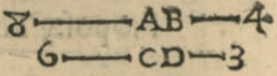
14. *SI la primera magnitud, A, tiene con la segunda, B, la misma proporcion, que la tercera, C, con la quarta, B: y la primera, A, es mayor que la tercera C; la segunda, B, es mayor que la quarta, D; y menor, si menor; igual, si igual.*

15. *Las partes, B, D, tienen entre si la proporcion que sus todos equimultiplices, A, C.*

14. Porque si A tiene con B, la misma proporcion de desigualdad que C, con D: B es tal parte de A, qual D de C; o al reues, A tal parte de B, qual C de D. Que no puede ser, como es notorio, si A siendo mayor, o menor que C; B no sea mayor, o menor que D. Y si la proporcion es de igualdad, es fuerça que A sea igual con B, y C con D: y por el mismo caso que si A es mayor, menor, o igual con C, B lo sea cõ D.

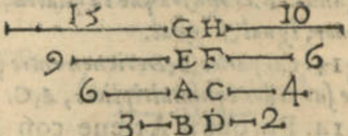
15 Porque si A C, son equimultiplices de B, D; estas se contienen iguales vezes, cada qual en su correspondiente. Luego B serâ tal parte de A, qual D de C: y tendra con D, la proporcion que A con C. Pues si las todas A y C, se resueluen en todas sus par-

tes ſemejantes a B y D: todas las de la vna A, tendran cõ las



todas de la otra C, la miſma proporciõ, que cada tal parte ſeparada de A, cõ cada tal parte ſeparada de C. *pr.* 4 5.

Propoſ. y Theor. 16.

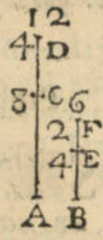


SI quatro magnitudes, ſon proporcionales, A con C; como B con D: tambien alternando, ſon proporcionales, A, con B; como C con D.

En caſo que todas quatro ſon de la miſma eſpecie. Porque ſiendo E, F, equimultiplices de A, C, primera y ſegunda; y G, H, equmultiplices de B, D, tercera y quarta: E tiene cõ F, la proporcion que A con C, y G con H, la que B con D, *pr.* 15. 5. Luego E tiene con F, la q̃ G con H, *pr.* 11. 5. Luego ſi E es igual, mayor, o menor que G; F, es igual, mayor, o menor que H, *pr.* 14 5. Pero E es tan multiplice de A, quãto F de C; y G de B, quanto H de D, *hyp.* Luego A tiene cõ B, la proporcion q̃ C con D, *d.* 8. 5.

Propos. y Theor. 17. y 18.

17. *SI las magnitudes compuestas son proporcionales; AD cō CD, como BF con EF: tābien diuisas son proporcionales; AC cō CD, como AE con EF.*



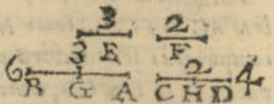
18. *Si las diuisas son proporcionales, AC con CD, como BE con EF: compuestas son tambien proporcionales; AD con CD, como BF con EF.*

17. Porque si AD tiene con CD, la proporcion que BF cō EF; CD es tal parte de AD, qual EF, de BF. Luego CD tiene con AC, la proporcion que EF con BE o AC con CD la que BE, cō EF. Porque las partes no pueden ser tales y semejantes respecto de sus todos, sin que sean semejantes entre si.

18. Y por la misma razon, si AC tiene cō CD su comparte, la proporcion que AE, tiene con EF; AD tendra con CD, la proporcion que BF tiene con EF.

Corr. *Luego el modo de argumentar por conuersion de proporcion es cierto. Porque si AD tiene con CD, la proporcion que BF* *con EF; diuidiendo, AC tiene con CD, la q̃ BE con EF: y conuertiendo, CD con AC, la que EF, con BE: y componiendo, AD con AC; la que AF con AE: que es conuersion de proporcion, d. 15. 5.*

Propos. y Theor. 20. y 22.



20. *SI de tres y tres, o mas magnitudes, AB, AG, E; CD, CH, F: dos y dos tienẽ siẽpre la misma proporcion ordenada, AB con AG, la que CD con CH; AG con E, la que CH con F: y por igualdad de proporciõ, la primera AB, es mayor que la tercera E; la quarta, CD, es mayor que la sexta, F; igual, si igual; si menor, menor.*

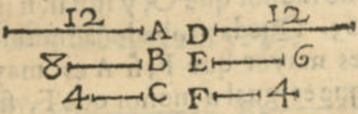
22. *Y si de tres y tres, o mas magnitudes, dos y dos tienen la misma proporcion ordenada, por igualdad de proporcion son proporcionales; AB con E, como CD con F.*

20. Porque si AB es mayor que E, tiene mayor proporcion cõ AG, que E con AG. *pr.* 8. 5. Pero CD tiene con CH, la que AB con AG; y CH con F, la que AG con E, *hyp.* Luego conuertiendo, F tiene cõ CH, la que E con AG. Luego CD tiene cõ CH, mayor proporcion, que F con CH, *pr.* 13. 5. Luego

5. Luego CD es mayor q̃ F, *pr.* 13. 5. De la miſma ſuerte ſe procede, ſi la primera ſe pone igual o menor que el tercero. y de la miſma, ſi las magnitudes fueren mas q̃ tres y tres.

22. Porque (dada la hyp) ſi AB es mayor que E, CD es mayor que F: ſi igual, igual; menor, ſi menor, *pr.* 20. 5. y lo miſmo es de ſus equimultiplices, *pr.* 3. 5. Luego CD tiene con F, la proporcio͂ que AB co͂ E. *d.* 8. 5.

Propoſ. y Probl. 21. y 23.

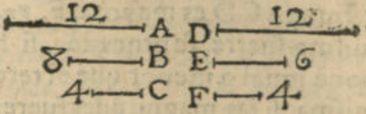


21. *Si de tres y tres magnitudes, A, B, C; D, E, F: dos y dos tiene͂ ſie͂pre la miſma proporcion perturbada; A con B, la que E con F; B con C, la que D con E: y la primera, A, por igualdad de proporcion es mayor que la tercera C, la quarta D, es mayor que la ſexta F: igual, ſi igual; ſi menor, menor.*

23. *Y ſi de tres y tres magnitudes, dos y dos tienen ſiempre la miſma proporcion perturbada: por igualdad de proporcion, ſon proporcionales. A con C, como D con F.*

21. Porque ſi A es mayor que C, tiene co͂

B mayor propor- cion que C con B



pr. 8, 5. Pero E tiene con F, la que A con B; y D con E, la que B con C, *hyp.* Luego conuertiendo, E tiene con D, la que C cõ B: y F con E, la que B con A. Luego E tiene con D la proporcion q́ C con B; y con F, la que A con B. Luego tiene cõ F, mayor proporcion que con D. *pr.* 13. 5. Luego D es mayor que F, *pr.* 10. 5. Del miſmo modo ſe demonſtra ſer D menor que F, ſi A ſe pone menor que C; y igual, ſi igual.

23. Queda probado (admitida la *hyp.*) q́ D es mayor que F, ſi A es mayor que C; y que es igual o menor que F, ſi A es igual o menor q̃ C. *pr.* 21. 5. Pero lo miſmo es de ſus equimultiplices, *pr.* 3. 5. Luego por igualdad de proporcion, A tiene con C, la proporcion que D con F. *d.* 8. 5.

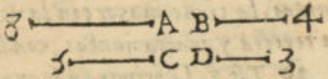
Propoſ. y Theor. 25.

SI quatro magnitudes, AE, BG, C, D, ſõ proporcionales: la maxima, AE, y la minima, D, juntas exceden a las reliquas dos juntas, BG y C.

Si ſe toma en AE, AF igual con C; y en BG,

BG,BH igual con D: pues C tiene cõ D, la proporciõ que AE con BG, *hyp*; AF tẽdra con BH, la que AE cõ BG. Luego la reliqua FE, tẽdra cõ la reliqua HG, la que AE, con BG, *pr.* 19. 5. Pero AE, es mayor q̃ BG, *hyp*. Luego FE, será mayor q̃ HG. Y porq̃ AF es igual cõ C; BH cõ D, *constr*; AF y D jũtas, igualã a C y BH jũtas: AF, FE, y D; o AE y D la maxima y minima, exceden a BH, HG, y C; o BG y C, las reliquas.

Propos. y Theor. 26. y. 27.

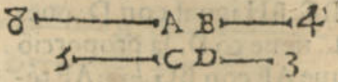


26 *SI la primera magnitud, A, tiene cõ la segunda, B, mayor proporcion, que la tercera, C, con la quarta, D: conuertiendo, la segunda, B, la tiene cõ la primera, A, menor que la quarta, D, con la tercera C.*

27. *Si la primera, A, tiene con la segunda, B, mayor proporcion, que la tercera, C, con la quarta, D: permutando, la primera, A, la tiene con la tercera, C, mayor que la segunda, B, con la quarta, D.*

26. Porque si A es el todo de B, mayor que

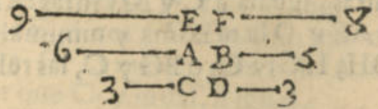
que C de D; B es parte menor de A, que D de C.



27. Y pues D es mayor parte de C, que B de A, admitida la hyp: la parte B no puede exceder la parte D, quanto el todo A el todo B.

Propos. y Theor. 28. 29. y 30.

28. *SI la primera magnitud, A, tiene con la segunda, C, mayor proporcion que la tercera, B, con la quarta, D: E, la primera y segunda juntas, la tiene mayor con la segunda, C; que F, la tercera y quarta juntas, con la quarta, D.*



29. *Y si, E, la primera y segunda juntas, tiene mayor proporcion con la segunda, C; que, F, la tercera y quarta juntas, con la quarta, D: diuidiendo, la primera, A, tiene mayor proporcion con la segũda C; que la tercera, B, con la quarta D.*

30. *Y por conuersion de proporcion, E, la primera y segunda juntas, tiene menor proporcion con la primera, A; que, F, la tercera y quarta juntas, con la tercera B.*

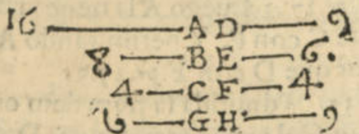
28. Porque si C es menor parte de A, que

que D de B:C es menor parte de E, que D de F.

29. Y si E es todo mayor de C, que F de D: excluida C de E, y D de F; la reliqua A queda mayor respecto de C, que B respecto de D.

30. Y si E es todo mayor de C, que F de D; C es menor parte de E, que D de F. Luego la reliqua A es mayor parte de E, que la reliqua B de F. Que es lo mismo que tener E menor proporcion con A, que F cō B.

Propos. y Theor. 31. y 32.

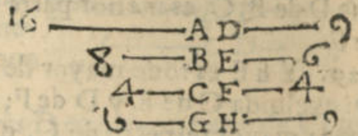


31. Si, de tres y tres magnitudes, A, B, C; D, E, F: A, la primera de las primeras, tiene con su segunda, B, mayor proporciō q̄, D, la primera de las postreras, con su segunda, E: y, B, la segunda de las primeras mayor cō su tercera, C, que E la segunda de las postreras con su tercera, F: por igualdad de proporcion, A, la primera de las primeras tiene cō su tercera, C, mayor proporcion que, D, la primera de las postreras con su tercera, F.

32. Y si, A, la primera de las primeras, tiene

mayor

mayor proporcion con su segunda, B, que, E, la segunda de las postreras, con su tercera, F; y, B, la segunda de las primeras, mayor con su tercera, C, que, D, la primera de las postreras con su segunda, E: por igualdad de proporcion, A, la primera de las primeras la tiene mayor con su tercera, C, que, D, la primera de las postreras con su tercera, F.



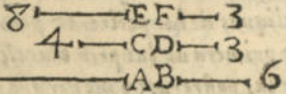
31. Porque (admitida la hyp:) permutando, A tiene con D, mayor proporcion que B con E; y mayor B con E, que C con F. *pr.*37.3. Luego A la tiene mayor con D, que C con F. Y permutando A con C, mayor que D con F. *pr.*27.5.

32. Admitida la hyp: dem os que G tẽga con C, la proporcion que D con E; y H con G la que E con F: y las tres y tres magnitudes, D, E, F; H, G, C; estaran en la misma perturbada proporcion. Luego H tendra con C, la que D con F *pr.* 23. 5. y porque O tiene con E, la proporcion que G cõ C: y B con C la tiene mayor, que D con E, *hyp.* la tiene mayor con C, que G con C. Luego B es mayor que G. *pr.* 10.5. y A tiene cõ G, mayor proporcion q̃ con B, *pr* 8.5

Pero

Pero la tiene con B, mayor que E con F, *hyp.* Luego la tiene mayor con G, que E cõ F. Y pues H tiene con G, la proporcion q́ E con F; A la tiene con G, mayor que H con G. Luego A es mayor que H. *pr* 10.5. y tiene con C, mayor proporcion q̃ H cõ C. *pr*.8.5. Pero D tiene con F, la que H cõ C, *hyp.* Luego A tiene con C, mayor proporcion, que D con F.

Propos. y Theor. 33.

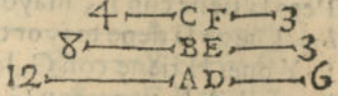


SI la toda, A, tiene con la toda, B, mayor proporcion que la ablata, C, con la ablata, D: la reliqua, E, tiene con la reliqua, F, mayor proporcion, que la toda, A, con la toda, F.

Porque assi como la toda A, es mayor q̃ la toda B; todas sus partes son mayores que todas las de B. Luego si la ablata C excede menos a la ablata D, que A a B: la reliqua E excederá mas a la reliqua F, q́ la toda A a B.

Propos. y Theor. 34.

SI de tres y tres, o mas magnitudes, A, B, C; D, E, F;



E, F; A, la primera de las primeras, tiene cõ, D, la primera de las postreras, mayor proporcion; que, B, la segunda de las primeras, con, E, la segunda de las postreras: y, B, la segunda de las primeras, mayor proporcion cõ, E, la segunda de las postreras, que, C, la tercera de las primeras, con, F, la tercera de las postreras: Todas las primeras juntas, A B C, tienen con todas las postreras juntas, DEF, mayor proporcion (que excluidas, A, D, las primeras de entrambas) B, C las reliquas de las primeras, con, E. F, las reliquas de las postreras: pero menor que la que, A, la primera de las primeras tiene con, D, la primera de las postreras: y menor que la que, C la tercera de las primeras tiene con F, la tercera de las postreras.

Porque 1, si A tiene con D mayor proporcion que B cõ E: permutando, A la tiene con B mayor que D con E. *pr.* 17. 5. y componiendo, AB con B, mayor que DE con E, *pr.* 28. 5. y permutando, AB toda cõ DE toda, mayor que la ablata B cõ la ablata E. *pr.* 27. 5. Luego la reliqua A, la tiene cõ la reliqua D, mayor que AB toda con DE, *pr.* 33. 5. y por la misma razon, la de B con E, es mayor que la de BC toda, con EF toda. Luego la proporcion de A con D, es mucho

mucho mayor que la de BC cõ EF. y permutando, la de A con BC, mayor que la de D con EF, *pr.* 27. 5. y componiendo, la de ABC con BC, mayor que la DEF cõ EF, *pr.* 28. 5. y permutãdo, la de ABC, cõ DEF, mayor que la de BC con EF. 2. Porque la proporcion de la toda ABC, con la toda DEF, es mayor que la de la ablata BC, con la ablata EF: la de la reliqua A, con la reliqua D, es mayor q̃ la de la toda ABC, con la toda DEF. *pr.* 3. 5. 3. Y pues la proporcion de B con E, es mayor que la de C con F: permutando, la de B con C, es mayor que la de E con F, *pr.* 27. 5. y componiendo, la de BC, con C, es mayor que la de EF, con F. *pr.* 28. 5. y permutando, la de BC con EF, mayor que la de C con F, *pr.* 27. 5. y porque queda demonſtrado, q̃ la proporcion de ABC, con DEF, es mayor que la de BC, con EF: es mayor que la de C con F. De la miſma ſuerte ſe procedera en caſo que las magnitudes paſſen de tres y tres.

Si con ocaſion de los numeros que añado en las figuras deſte elemento, vuiere quiẽ imagine que eſtrecho ſus theoremas a vn ſolo genero de proporcion, hallará el deſengaño en ſus demonſtraciones, q̃ ſon

vniuer-

vniuersalissimas: y aduirtira, si quisiere, que los Autores que nauegã por rumo differẽte, aprouechan de lineas repartidas en segmentos determinados. Antes quise vsar de numeros, porque alientã mas la memoria, y facilitan mejor el desenredo de la materia intricada a que siruen.

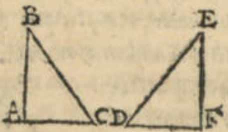
Quiẽ quisiere rodear por los laberinthos de los equimultiplices, podra buscar el empleo de su antojo, en los excelentes Comentarios del Padre Christoual Clauio: y de camino reconocer en los Escolios de las proposiciones 14, y 16, como este insigne Geometra confiessa, q̃ muchos de los theoremas que reuiste del aparato de los equimultiplices, no necessitan de demonstracion alguna, por ser, *per se nota*, los primeros principios; y mas axiomas que theoremas.

ELEMEN-

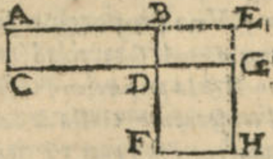
ELEMENTO SEXTO.

DEFINICIONES.

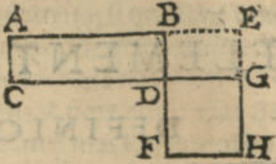
DEfinicion 1. Las figuras rectilineas *ABC, DEF, son semejãtes, quando sus angulos son iguales; el uno con el uno, y el otro con el otro; A con F, B con E, C cõ D; y proporcionales los lados que comprehenden angulos ignal s; AB con BC, como FE con ED; BC con CA, como ED con DF; CA con AB, como DF cõ FE.*



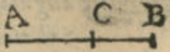
2. Son reciprocas, *quando los antecedentes y consequentes de las proporciones de sus lados, existen alternatiua, o trocadamente en entrambas; no el antecedente y consequente de la misma proporciõ, en la misma figura. De suerte que los paralelogramos AD, DH, son reciprocos, si CD tiene con GD, la proporcion que FD con BD. Pues CD, el antecedente de la primera proporcion existe en la vna figura, AD: y su*



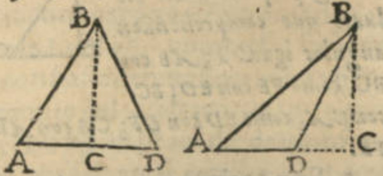
sequente GD, en la otra, HD y FD el antecedẽte de la segũda proporciõ, en lo vna figura HD, y su consequente BD en la otra, AD.



3. Vna recta *AB, se corta en* proporciõ media y extrema, *en C, quãdo el mayor segmento AC, tiene con el menor, CB; la que la toda AB, con el mayor AC.*



4. La altura de qualquier figura, *ABD, es la recta BC, que se tira del vertice B, perpendicular a AD, la basis de la misma figura; o a DC, la continuacion de la basis, AD.*



5. Vna proporcion *se dize* compuesta *de otras, quando su cantidad (que es el denominador q̃ muestra la proporcion que su antecedente tiene con el consequẽte) consta de las de las otras multiplicadas entre si: y pues* 16 *tiene con* 8, *la proporcion que* 8 *con* 4: *la de* 16 *con* 4 *es cõpuesta de las que interceden entre* 16, 8; *y entre* 8, 4: *que son duplas entrambas, y sus denominadores, o cantidades* 2, 2:

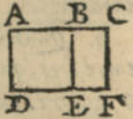
las

las quales multiplicadas entre si, hazen 4 que es el denominador o cantidad de la compuesta proporcion entre 16 y 4 que es quadrupla. Ni es necessario q̃ las proporciones cõponientes sean las mismas. Porque pues 24 tiene con 12 la proporcion dupla; la tripla, 12 con 4; y la dupla, 4 cõ 2 sus cantidades son, 2, 3, 2, que multiplicadas entre si hazen 12, de que se compone la proporcion de 24 cõ 2, que es la duodecupla.

6. Quando todas las proporciones continuadas entre tres, quatro, o mas magnitudes, 48, 24, 12, 6, 3, &c. qualesquier que sean, duplas, triplas, quadrupla &c; son las mismas: la proporcion q̃ la primera 48, tiene con la tercera 12 se dize la duplicada; la triplicada, la que tiene con la quarta 8; la quadruplicada, la que tiene con la quinta 3: y assi adelante si mas vuiere. La que 48 tiene con 12, se llama la duplicada de la que tiene con 24, pues es la misma cõtinuada o repetida dos vezes, por medio del comun termino 24: la que tiene con 6, se llama la triplicada de la que tiene con 24, pues es la misma continuada tres vezes, por medio de los comunes terminos, 24, y 12: &c. O quiças mas distincta y propriamente, la proporcion que intercede entre la primera y tercera de tres cantidades de proporcion continua (qualquier que sea) se llama la duplicada, por ser la que nasce y resulta de la misma proporcion duplicada, o cõ-

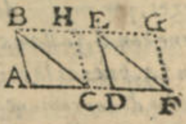
tinuada dos vezes entre las mismas tres cantidades. Y la que intercede entre la primera y quarta de quatro cantidades de proporcion continua, se llama la triplicada. *por resultar de la misma proporcion triplicada, o continuada o tomada tres vezes entre las mismas quatro cantidades, &c.*

7. *Quando vn paralelogramo, AE, aplicado en la recta DF, no la ocupa toda: se dize* deficiēte, *por el paralelogramo BF, que se dize su* defecto. *y quando el paralelogramo AF, aplicado en la recta DE, ocupa la toda DF, mayor que DE, se dize* excediente, *por el paralelogramo BF, que se dize su* excesso. *Pero se suppone que el* deficiente *y* excediente, *tengā igual altura con el* excesso *y* defecto.



Propos. y Theor. I.

L*os triangulos equialtos, ABC, DEF; y tambien los paralelogramos equialtos, AH, DG; tienen entre si la misma proporcion que sus bases.*

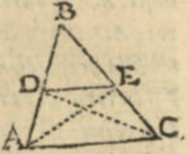


Porque puestos entre las mismas paralelas. AF, BG, son equialtos, *d.* 4. 6. y si la basis AC, es mayor, igual, o menor que DF; ABC, es mayor, igual, o menor que DEF.

pr.

*pr.*38.1.2. Y si los triangulos, ABC, DEF tienen entre si la proporciõ de sus bases AC, DF; los paralelogramos AH, DG, la tienẽ: pues son sus duplos, *pr,* 41.1. y los equimultiplices tienen entre si la proporcion q̃ sus partes, *pr.* 15. 1.

Propos. y Thor. 2.

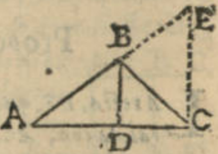


L*A recta, DE, que se tira paralela con, AC, vn lado del triangulo, ABC, corta proporcionalmẽte los reliquos lados, AB, CB; y si los corta proporcionalmente, es paralela con el tercer lado, AC.*

Porque 1, tiradas AE, CD; si DE es paralela con AC, los triangulos AED, CDE, son iguales, *pr.* 37.1. y tienẽ la misma proporcion con el triangulo BDE, *pr.* 7.5. Pero AED tiene con BDE, la que AD con BD; y CDE con BDE, la que CE, con BE. *pr,* 1.6. Luego AD tiene con BD, la q̃ CE con BE. *pr.* 11,5. 2. Porque BDE tiene con AED su equialto, la proporcion que BD con AD; y con su equialto CDE, la q́ BE con CE, *pr.* 1.6. tiene la misma con entrambos; si AD tiene con BD, la que CE con BE. Luego los triãgulos AED, CDE; son iguales; *pr. 9. 5.* y DE paralela cõ A C, *pr. 39. 1.*

Propos. y Theor. 3.

SI la recta, BD, que parte por el medio qualquier angulo, ABC, de vn triangulo, BCA, corta tambien la basis, AC; la parte en segmẽtos, AD, CD, que tienen entre si la proporcion que los reliquos lados, AB, CB. Y si la tienen, la recta, BD, tirada del vertice, B, a la seccion, D, parte por el medio el angulo, ABC.

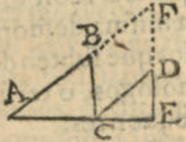


Porque 1, tirada la recta CE, paralela cõ BD, hasta que concurra en E, con AB estẽdida; el angulo E, será igual cõ ABD; ECB, con CBD, *pr. 29. 1.* Pero A B D, es igual con CBD, *hyp.* Luego E es igual con ECB; y BC con BE. *pr. 6. 1.* Pero AD, tiene con CD, la proporcion que AB, con EB, *pr. 2. 6* luego tiene cõ CD, la q̃ AB cõ CB. 2. Y si AD tiene con CD, la proporcion que AB con CB (pues tiene con CD, la que AB, cõ EB, *pr. 2. 6.*) AB tendra con EB, la que tiene con CB: y EB será igual con CB *pr. 9. 5.* Y el angulo E será igual con ECB, *pr. 5 1.* Pero es igual con ABD; y ECB cõ CBD,

pr. 29.

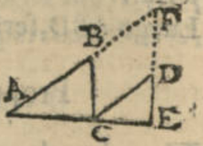
pr.29.1. por ser EC, paralela con BD, *constr.* Luego ABD, serâ igual con CBD.

Propos. y Theor. 4.



EN triangulos equiangulos, ABC, CDE, los lados, AB, AC: CD, CE, &c. q̃ cõprehẽden angulos iguales, A, DCE, &c. son proporcionales: y homologos, los que subtenden angulos iguales.

Porque 1, si en los triangulos equiangulos ABC, CDE, el angulo A es igual con DCE, ACB con E, y CBA con EDC; y los lados AC, CE, componen vna recta: estendidas AB, ED, hasta que concurrã en F, AF, CD, seran paralelas; y tambien CB, EF, *pr. 28. 1.* por ser el angulo E igual con ACB; y A igual con DCE, *hyp.* Luego BD es paralelogramo, *d. 22. 1.* y BF igual con CD; BC con FD, *pr. 34. 1.* Pero AB tiene cõ BF, o CD su igual, la proporcion que AC con CE, *pr. 2. 6.* Y alternando, AB cõ AC, la que CD con CE. Mas, AC tiene cõ CE, la proporcion que FD, o CB su igual, con DE. Y permutando, AC con CB, la que CE con DE. Pero si AB tiene cõ AC, la proporcion que CD con CE; y AC con



CB, la que CE cō ED: por igualdad de proporcion, AB tendra con BC, la que CD con DE: y conuertiendo, CB con AB, la que ED, con CD. 2. De la misma demonstracion consta que los lados que subtenden angulos iguales, son homologos; o terminos antecedentes y consequentes.

Corr. *Luego 1. Qualquier recta CD, o CB, tirada en el triangulo todo AFE, paralela con algun su lado AF, o FE, corta en el, vn triangulo CDE, o ABC semejante al todo AFE. Luego 2. Dos tales rectas, BC, CD, cortan en el triangulo todo, AEE, dos triangulos, ABC, CDE, semejantes al todo, y entre si.*

Propos. y Theor. 5 y. 6

5. S*I dos triangulos, ABC, DEF, tienen proporcionales sus lados, son equiāgules: y tienen iguales los angulos, que lados homologos subtenden.*

6. *Y tambien, si tienē dos angulos iguales, A. con EDF: y proporcionales los lados que los comprehenden.*

5. Por-

5. Porque si se forma el angulo B D F, igual con A; BFD con C: los reliquos en B, lo seran, *pr.* 32. 1: y BD tendra con DF, la proporcion que BA con AC, &c. *pr.* 4. 6 Y pues ED tiene cō DF, la q̃ BA con AC, *hyp.* tiene cō DF la q̃ BD cō DF; y es igual cō BD, *pr.* 9. 5. y por la misma razon, BF es igual con EF: y por ser DF comun, los triangulos EDF, BDF, son equiangulos, *pr.* 8. 1. y iguales los angulos q̃ lados homologos subtenden. Pero tambien BAC, BDF, son equiangulos, *constr.* Luego BAC, EDF, lo seran de la misma suerte.

6. Y si admitida la hyp, se forma el angulo BDF igual con A; BFD con C: los triãgulos BAC, BDF, seran equiangulos, *pr.* 32. 1: y BA tendra con AC, la proporciō que BD con DF, *pr.* 4. 6. pero BA tiene cō AC, la que ED con DF, *hyp.* luego BD tendra con DF, la que ED con DF, *pr.* 11. 5. y BD será igual con ED, *pr.* 9. 5. y pues DF es lado comũ, y iguales los angulos en D, los triangulos BDF, EDF, seran iguales y equiangulos, *pr.* 4. 1. Luego los triangulos BAC, EDF, q̃ son equiãgulos con BDF: lo son entre si, &c. Y iguales los angulos, &c.

Pro-

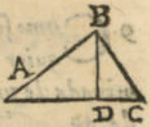
Propos. y Theor. 7.

Si dos triangulos, ABC, CDE, tienē dos angulos, B, D, iguales, y proporcionales los lados, BA, AC; DC, CE; que comprehenden otros dos sus angulos: y cadaqual de los reliquos dos, E, BCA, menor o no menor que vn recto: son equiangulos; y iguales los angulos que los lados proporcionales comprehenden.

Sea 1, cada vno de los reliquos E, BCA, menor que vn recto. Y si dada la hypotesi, se niega ser iguales los āgulos BAC, DCE, que los lados proporcionales comprehenden: sea BAC mayor, y BAF su parte igual con DCE. Pues los triangulos BAF, DCE, seran equiangulos, *pr.* 32.1, y AFB igual cō E, que es menor que recto, *hyp:* y BA tendra con AF, la proporcion que DC cō CE, *pr.* 4.6. Pero tiene con AC, la que DC cō CE, *hyp.* Luego tiene la misma con AC, y con AF: y AC será igual con AF, *pr.* 9.5. y el angulo AFC, igual con ACF, *pr.* 5.1. y menor que recto. y AFB, mayor que recto, *pr.* 13.1. y menor. 2. Si cada qual de los reliquos E, ACB, es no menor que recto:

cto: y dada la hypotesi, se niega ser BAC igual con DCE: sea mayor, y igual su parte BAF; y se prouara como antes, ser el angulo AFC igual con ACF, y cada vno dellos no ser menor que recto. y serlo, *propos.* 17. 1.

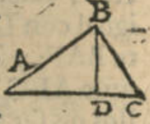
Propos. y Theor. 8.



Los triãgulos, ABD, CBD, q̃ la recta, BD, tirada del angulo recto, ABC, perpendicular a la basis, AC, de vn triangulo rectangulo, CBA, corta en el mismo triangulo; son semejantes entre si, y con el triangulo todo, CBA.

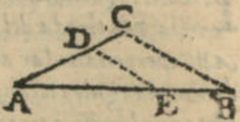
Porque 1, el angulo ADB, por ser recto, *hyp.* es igual con el recto ABC; A es comun en entrambos triangulo BDA, CBA: luego el reliquo ABD es igual con el reliquo C, *pr.* 32. 1; y los dos triangulos ABD, CBA, equiangulos: y semejantes, *pr.* 4. 6. 2. Los dos triangulos CBA, CBD son tambien semejantes; pues los angulos ABC, CDB, son rectos *hyp*; y C, angulo comun. 3. Por ser ABD, CBD, semejantes con CBA, son semejantes entre si.

Corr. *Luego la recta BD, tirada del angulo recto ABC, perpendicular a la basis AC, es la media proporcion* *porcional entre los segmẽtos AD, CD, que corta en la basis. Porque siẽdo los triãgulos, ABD, CBD, equiangulos; AD tiene con BD, la proporcion q̃ BD con CD, pr. 4. 6. Tãbien AB es la media proporcional entre CA, DA: y BC, la media proporcional entre AC, DC.*



Propos. 9. y 10. Probl. 1. y 2.

9. *Como se corta qualquier parte determinada de vna recta dada, AB.*



1. *Como se corta vna recta determinada dada, AB; en las partes en que otra dada, AC, lo estuuiere.*

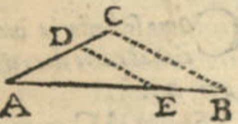
9. Sea la parte determinada que se pide, vna tercia. Iuntese en A, extremo de AB, otra recta AC, que haga con AB qualquier angulo. Tomense en AC tres qualesquier partes iguales, de que CD sea vna. Pues DE tirada paralela con CB que junte los extremos, C, B; cortara en AB, EB vna su tercera parte. Porque AE tendra con EB, la proporcion que AD con DC, *pr.* 2. 6. y componiendo, AB con EB, la que AC con DC, su tercera parte.

10 Iun-

10. Iuntese en A, extremo de AB, otra AC, en qualquier angulo. y DE tirada de D punto de la diuision de AC, paralela con CB que junta los extremos C, B; diuidira AB como AC, por la demonstracion de la precedente. Y si AC estuuiere repartida en partes diuersas, de todos los puntos de sus diuisiones, se tirarâ para AB, rectas paralelas cõ CB: y la misma demõstraciõ procederâ.

Propos. 11. y 12. Probl. 3. y 4.

11. Como se halla la tercera proporcional a dos rectas dadas, AD AE.

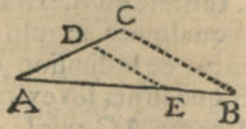


12. Y como la quarta proporcional a tres, AE, EB, AD.

11. Iuntese AD, y AE, en qualquier angulo A: y sus reliquos extremos D, E, por la recta DE. Tomese en AE extendida, el segmento añadido EB igual con AD. Pues BC tirada paralela cõ ED, cortara en AD continuada, DC, la tercera proporcional que se busca. Porque AE tendra con EB, o con AD su igual, la proporcion que AD con DC. *pr. 2-6.*

12. Iuntense las dos primeras AE, EB, en vna

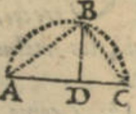
vna recta A B; y la tercera A D, de suerte q̃ haga qualquier angulo cõ A B, ẽ A. Por que B C tirada paralela cõ E D, que junte los reliquos extremos de A E, A D, cortara en A D cõtinuada, D C, la quarta proporcional que se pide.



Pues A E tendra con E B la proporcion que qne A D con D C, *pr. 2. 6.*

Propos. 13. Probl. 5.

Como se halla la media proporcional entre dos rectas dadas, A D, D C.

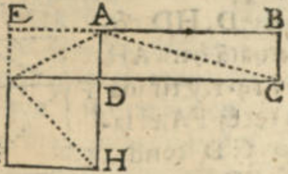


Sobre A C compuesta de entrambas, como diametro, descriuase la peripheria A B C: y la perpendicular D B, leuãtada de la seciõ D hasta la peripheria, sera la proporcional que se busca. *Corr. 8. 6.*

Propos. 14. y 15. Theor. 9. y 10.

14. *Los lados, C D, A D; F D, H D; que en paralelogramos iguales, B D, G D, comprehenden dos sus angulos iguales C D A, F D H; son reciprocos. Y si lo sõ, los paralelogramos son iguales.*

15. *Los*

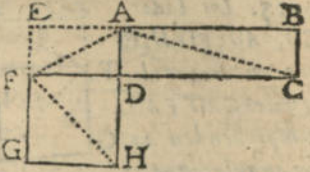


13. Los lados CD, AD; FD, HD; que en triangulos iguales CAD, FAD, comprehenden dos sus angulos iguales en, D; son reciprocos. Y si lo son, los triangulos son iguales.

14. Porque 1, Concertados los angulos iguales, de los paralelogramos iguales, de modo que dos sus lados CD, FD, compõgan vna recta CF; los otros dos AD, HD, compondran otra, AH, *pr.* 14.1. y BA, GF, continuadas haran otro paralelogramo, ED, equialto con BD, y con GD. Luego CD tendra con FD, la proporcion q̃ BD cõ ED; y HD con AD, la que GD cõ FD. *pr.* 1. 6. Pero BD tiene con ED, la misma proporcion que GD su igual, *pr.* 7. 5 Luego CD tiene con FD, la misma que HD cõ AD: y serã reciprocos *d.* 2. 6. 2 Y si CD tiene cõ FD, la proporciõ q̃ HD con AD; BD tiene con ED, la misma que GD, *pr.* 1, 6. y le es igual, *pr.* 9. 5.

15. 1, compuestos los dos angulos iguales de los triangulos iguales en D, de suerte, q̃ los dos sus lados cõprehẽdiẽtes FD, CD, compongan vna recta, CF; los otros

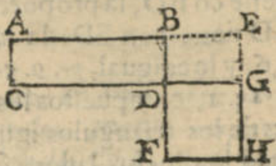
dos



dos AD, HD, cõtinuarã otra AH pr, 14.1. y tirada la recta FA, el lado CD tendra cõ FD, la proporcion que el triangulo CAD con FAD su equialto; y HD con AD, la que HFD con AFD su equialto, *pr.* 1. 6. que es la misma, *pr.* 7. 5. por ser los triangulos CAD, HFD iguales, *hyp.* 2. Y si CD tiene con FD la proporcion que HD cõ AD; el triangulo CAD tiene con AFD, la que HFD, *pr.* 1. 6. y seran iguales, *pr.* 9. 5.

Propos. 16. y 17. Theor. 11. 12.

16. *Si quatro rectas son proporcionales el rectangulo de las extremas, serà igual cõ el de las intermedias. Y si lo es, las quatro rectas son proporcionales.*



17. *Si tres rectas son proporcionales, el rectãgulo de las extremas es igual con el quadrado de la intermedia. Y si lo es, las tres rectas son proporcionales.*

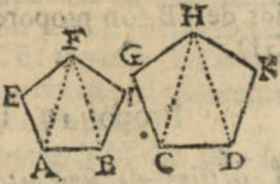
16. Por-

16. Porque, si las quatro rectas, C D, G D; F D, B D, son proporcionales: las extremas CD, B D, que comprehēden el rectangulo A D, son reciprocas cō F D, G D, las intermedias que comprehenden H D, paralelogramo equiāgulo con A D; y A D es igual con H D. *pr.* 14. 6. 2. Si lo es, C D tiene con G D, la proporcion que F D con B D. *pr.* 14. 6.

17. Si las rectas C D, G D, B D, son proporcionales; y H D quadrado: C D tiene cō G D, la proporcion q̄ F D igual cō G D, tiene cō B D: y H D el quadrado de G D la intermedia, es igual con A D el rectangulo de las extremas C D, H D, *pr.* 14. 6. 2. Si H D, el quadrado de G D, es igual cō A D, el rectangulo de C D, B D; C D, tiene cō G D, la misma proporciō que F D, o G D su igual, tiene con B D, *pr.* 16. 6.

Propos. 18. Probl. 6.

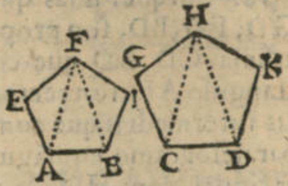
Como se describe sobre vna recta dada, AB, vn rectilineo semejante cō otro dado, GD.



Repartase G D

K en

en los triangulos q̃ admite distinctos y desembaraçados. Pues qualquier q̃ sea, admitirâ siempre tantos triangu-



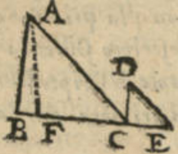
los, qnantos son sus lados, menos dos. Descriuase sobre AB, el triangulo AFB equiãgulo con CHD; sobre BI, BIF equiangulo con DKH; sobre AE, AEF equiangulo con CGH. Los angulos parciales en A, seran iguales con los parciales en C; el todo A, igual con el todo C, *constr.* y lo mismo consta de los en B y F, que igualan los en D, y H. Y finalmente el angulo E será igual con G, I con K, *constr.* Luego el rectilineo EB, es equiangulo con GD. Y porque EA tiene AF, la proporcion que GC con CH; FA con AB, la que HC con CD, *pr.* 4. 6. por igualdad de proporcion, EA tiene con AB, la que GC con CD, &c. Y los lados de EB, son proporcionales con los de GD.

Propos. 19. Theor. 13.

L*os triangulos semejantes, ABC, DCE, tienen*

entre

entre si, la proporcion duplicada de sus lados homologos, BC, CD.

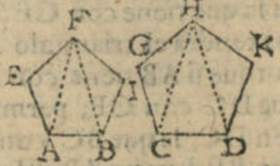


Si en los triãgulos equiãgulos, ABC, DCE; AB tiene con BC, la proporcion que DC cõ CE: BC y CE, son lados homologos, *pr.* 4. 6. Y dado que CE tenga con BF, la que BC con CE; BC tendra con BF, la proporcion duplicada de la que tiene con CE, *d.* 6. 6. Pero la misma tendra el triangulo ABC con DCB. Porque si AB tiene con BC, la proporciõ que DC con CE; permutando, AB tiene con DC, la que BC con CE, o la que CE con BF. Luego AB, BF; DC, CE; los lados que en los triangulos AFB, DCE, cõprehendẽ los angulos iguales B, y DCE, sõ reciprocos: y los triangulos AFB, DCE, iguales. *pr.* 15. 6. Y ABC, tendra cõ DCE, la proporcion que con AFB, *pr.* 7. 5. Pero tiene con AFB su equialto, la que BC con BF, *pr.* 1. 6. q̃ es la duplicada de la de BC cõ CE. Luego tiene con DCE la duplicada de la de BC con CE. Quando los triangulos semejantes son iguales, el theorema no necessita de demonstracion.

Corr. *Luego* 1, *el triangulo descripto sobre la primera de tres rectas proporcionales, tiene cõ otro* *su semejante descripto sobre la segunda, la proporcion q̄ la primera con la tercera. 2. El triangulo descripto sobre la segunda, tiene con el su semejante descripto sobre la tercera, la proporcion que la primera con la tercera.*

Propos. 20. Theor. 14.

Los poligonos semejantes, EB, GD, se reparten en triāgulos semejātes, de numero igual, y homologos a sus todos. Y tienen entre si la duplicada proporcion de sus lados homologos.



Porque 1, siendo EB, GD, semejantes; sus lados que comprehendē angulos iguales, seran proporcionales. *d.* 1. 6. FE con EA, como HG con GC,&c. Y por ser los angulos E, G, iguales, *hyp*; el triangulo EFA es semejante con GHC, *pr.* 6. 6. Y por la misma, IFB sera semejāte cō KHD. Y porque FB tiene con BI, la proporciō que HD con Dk, *pr.* 4 6, y BI con BA, la que Dk con DC, *hyp*: FB tiene con BA, la que

que HD con DC, por igualdad de proporcion. Y pues el angulo IBA es igual con KDC, *hyp*; y el ablato IBF igual con el ablato k D H: el reliquo FBA es igual con el reliquo H DC. Luego tambien los triangulos FBA, HDC, son semejantes, *pr. 6.6.*

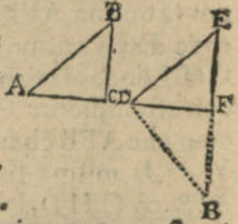
2. Los triangulos semejantes EAF, GCH, tienen entre si la duplicada proporcion de sus lados homologos, AF, CH, *pr. 19 6.* y por la misma, AFB, CHD, tienen la duplicada de los mismos lados homologos, AF, CH. Luego el triangulo EAF tiene con su correspondiente GCH, la misma proporcion que AFB cõ su correspondiẽte CHD. Y de la misma suerte se muestra tener AFB cõ C H D, la q̃ IBF con KDH. Luego todos los tres triãgulos del vn poligono, tienen con todos los tres del otro (o el vn poligono con el otro) la proporcion que cada qual con su correspondiente, *pr. 12. 5.*

3. EAF tiene con GCH, la proporcion duplicada de qualesquier sus lados homologos EA, GC. *pr. 19.6.* y pues tiene cõ GCH, la proporcion que el poligono EB cõ GD; EB tiene con GD, la duplicada proporcion de EA, GC, sus lados homologos.

Corr. *Luego el poligono de la primera de tres rectas proporcionales, tiene con el su semejante de* *la segunda, la proporcion que la primera con la tercera. Y la misma, el de la segunda con el su semejante de la tercera. Y finalmente el quadrado de vna recta, es el quadruplo del de otra su mitad. Y si vn quadrado es quadruplo de otro; la recta de que se forma, es dupla de la recta de q̃ el otro se forma.*

Propos. 21. Theor. 15.

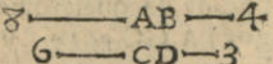
Los rectilineos, ABC, DEF, que son semejantes a vn tercero, BDF: son semejantes entre si.



Porque si son semejãtes cõ BDF, le sõ equiãgulos, *d.* 1. 6. y entre si. Luego son tambien semejantes entre si. *pr.* 4. 6.

Propos. 22. Theor. 16.

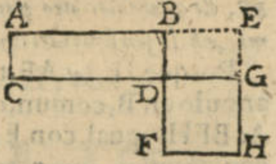
Los rectilineos semejantes, descriptos sobre quatro rectas proporcionales, A, B; C, D: son proporcionales. Y si los rectilineos semejantes descriptos sobre quatro rectas, son proporcionales; las rectas lo son.



Por-

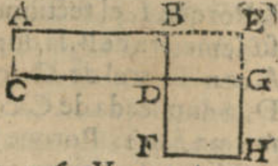
Porque 1, el rectilineo de A tiene con el ſu ſemejãte de B, la duplicada proporciõ de A con B: y el de C, con el ſu ſemejãte de D, la duplicada de C con D, *pr.20.6.* q̃ es la miſma, *hyp* 2. Porque la proporcion que el rectilineo de A tiene con el ſu ſemejante de B, es la duplicada de A con B; y la duplicada de C con D, la que el rectilineo de C tiene con el ſu ſemejante de D, *pr.20.6.* Si la proporcion q̃ el de A tiene con el de B, es la miſma que la que el de C tiene cõ el de D: A tiene con B, la proporcion q̃ C con D.

Propoſ. 23. Theor. 17.



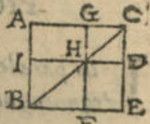
Los paralelogramos equiangulos; AD, HD: tienen entre ſi la proporcion cõpueſta de las de ſus lados.

A ſaber, de las proporciones que tienen dos lados comprehẽdientes del vno, con dos comprehẽdientes del otro; con que los antedentes de las proporciones exiſtan en el vn paralelogramo, y los conſequentes en el otro. Es pues la proporcion de AD con HD, compueſta de las de CD, GD; BD, FD: o de las de CD, FD;



FD;BD, GD. Porque CD tiene cō GD, la proporciō que AD con ED; y BD con FD, la que ED co HD; *pr.* 16. Y pues la proporciō q̃ AD tiene cō HD, es cōpuesta de las q̃ interceden entre AD, ED; ED HD, *d.* 5.6. se compone tambien de las que interceden entre CD, GD; BD, FD.

Propos. 24. Theor. 18.

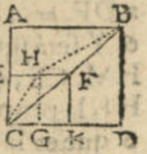


Los *paralelogramos, GD, IF, que existen acerca del diametro, BC, de qualquier otro paralelogramo, AE: le son semejantes: y entre si.*

Porque IF, y AE, tienen el angulo en B, comun, *constr.* y BIH igual cō A; BFH igual con E, *pr.* 29 1. Luego son equiangulos, *corr.* 5 *pr.* 32.1. y equiangulos GD, AE. Y pues BIH, BAC, son triangulos equiangulos, *pr.* 29.1. y por la misma, equiangulos BFH, BEC: IB tiene con BH, la propocion que AB con BC: HB con BF, la que CB con BE, *pr.* 4.6. Luego por igualdad de proporcion, IB tiene con BF, la que AB con BE, &c. y IF, GD, son semejantes

jantes con AE, *d.* 1.6. y entre si, *pr.* 21.6.

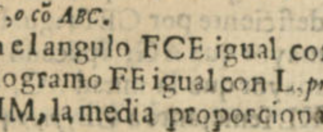
Propos. 25. Theor. 19.



Si en vn paralelogramo, AD, se corta otro, Ek su semejante, y de angulo comun C: existirà acerca del comun diametro, CB.

Porque si CB corta a Ek, en otro punto fuera de F, en H; EG serâ paralelogramo semejante con AD, *pr,* 24. 6. Y CE tendra con EH, la proporcion que CA con AB: o (que es lo mismo) la que CE tiene cõ EF, *d.* 1.6. Luego EH parte, serâ igual cõ EF su todo, *pr.* 9.5.

Propos. 26. Probl. 7.



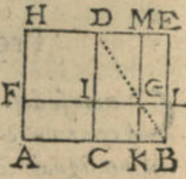
Como se describe vn rectilineo igual cõ vn rectilineo dado, L; y semejãte con otro dado, DF, o cõ ABC.

Descriuase en el angulo FCE igual con BDC, el paralelogramo FE igual con L, *pr.* 45. 1. Y sobre HM, la media proporcional entre

entre DC, CE, *pr.* 13.6, el rectilineo HI semejãte a DF, *pr.* 18.

6. Y será igual con L. Porque por ser DC, HM, CE, proporcionales; DF tiene con HI, la proporcion que DC con CE, *pr.* 20. 6. que es la que DF tiene con FE, *pr.* 1. 6. o con L su igual, *constr.* Luego HI es igual con L, *pr.* 9. 5: y semejante con DF. Aun mas facilmẽte se forma el rectilineo GkM, semejãte cõ ABC, y igual con L.

Propos. 27. Theor. 7.

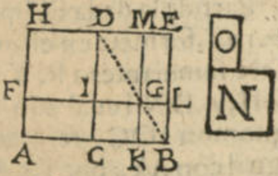


ENtre los paralelogramos aplicados a la misma recta, AB, y deficientes por paralelogramos semejantes al que se descriue de la mitad, AC; el mayor, es el que se aplica a la mitad, siendo semejante al defecto.

Porque AD, aplicado a la mitad AC, y deficiente por CE su igual y semejante: es mayor que AG; aplicado a AK, segmento mayor que la mitad AC, y deficiente por KL semejante a CE, *pr.* 24. 6. Pues IH, q̃ es igual

igual con IE, *prop.* 36. 1. es mayor que CG, igual con EG, *pr.* 43. 1. por IM. Luego IH con IA, o AD, es mayor que CG con CF, o que AG; por IM.

Propos. 28. Probl. 8.



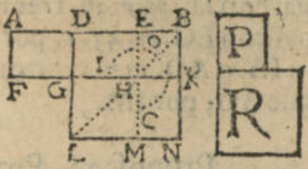
Como se aplica a vna recta dada, AB, vn paralelogramo igual con vn rectilineo dado, N; y deficiente por paralelogramo semejante a otro dado, O.

Sobre la mitad CB, formese CE semejãte a O. Complase el paralelogramo todo HB. Y si CE sale mayor que N, cortese en CE, IM igual con el excesso, y semejante con O, o con CE, *pr.* 26. 6, y existira a cerca del diametro de CE, *pr.* 25. 6. Continuada pues IG, hasta F y L; MG, hasta k: AG, saldra deficiente de AB, por kL semejante con IM, o con O, *pr.* 24. 6. Y es igual cõ N; pues es menor que CE, o AD, por IM, *constr.*

Propos. 29. Probl. 9.

Como se aplica a vna recta dada, FH, vn parale-

ralelogramo igual con vn rectilineo dado, R; q̃ la exceda por paralelogramo

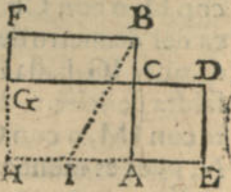


semejante a otro rectilineo dado, P.

Partida la dada FH por el medio en G, *pr.* 10.1. formese en el comũ angulo L, GM, DN, semejantes a P. Y sea GM aplicado a GH; y DN igual con GM y R. Pues el gnomon IOC, será igual con R. Pero es igual con Ak, por ser AG igual con DH, *pr.* 36 1, y DH igual con HN, *prop.* 43. 1. Luego Ak, es paralelogramo q̃ excede FH, por Ek semejante a P: y es igual con R.

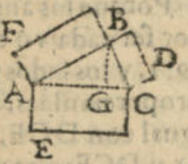
Propos. 30. Probl. 10.

Como se corta una recta dada, AB, en media, y extrema proporcion.



Cortese en C, de suerte que GB, el rectãgulo de la toda AB, y de vn su segmento CB; iguale a CE, el quadrado del reliquo segmento AC. *pr.* 11.2. Pues AB (o GC su igual; por ser GB rectangulo, y AF quadrado, do, *constr.*)tendra con AC (o con CD su igual, por ser AD quadrado, *constr.*) la proporcion que AC (o CD) con BC, *pr.* 14.6.

Propos. 31. Theor. 21.



CE, el rect. lineo de la recta, AC, q subtende, ABC, el angulo recto de un triangulo rectangulo, CBA; es igual con, FB, BD, los rectãgulos sus semejãtes de, AB, CB, los lados que comprehenden el mismo angulo recto, ABC.

Porq̃ tirada BG, del angulo recto ABC, perpendicular con AC; AC, CB, CG, seran continuamente proporcionales; y tãbien CA, AB, AG; *corr. pr.* 8.6. Y DB el rectangulo de CB, tendra con EC, el rectãngulo su semejante de AC; la proporcion que CG con AC, *pr.* 20.6. y tambien FB, el rectangulo de AB, tendra con EC, el rectangulo su semejante de AC; la proporcion que AG con AC, *pr.* 20.6. y FB, DB, jũtos tendrã con EC, la proporciõ q̃ AG, CG jũtos cõ AC, *pr.* 24.5. y le será iguales.

Propos. 32. Thor. 22.

SI dos triangulos, ABC, CDE, tienen dos lados proporcionales con dos; AB con CD, como CB

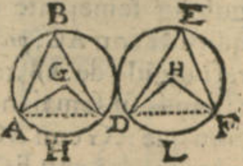
con

con ED; y ſe juntan en vn comun angulo BCD, de ſuerte que los lados homologos, AB, CD; y CB, ED; ſean paralelos: los reliquos lados, AC, CE, componen vna recta, AE.

Porque los angulos B y D, ſon iguales; por ſer cada vn dellos igual con BCD, *pr.* 29. 1. y los lados que los comprehendẽ ſon proporcionlaes, *hyp.* Luego el angulo A, es igual con DCE, *pr.* 6. 6. y A y B, iguales cõ D y DCE: o con BCE. Pero A, B, y BCA, igualan dos rectos, *pr.* 32. 1. Luego BCA y BCE, igualan dos rectos, *ax.* 2. y AE es linea recta, *pr.* 14. 1.

Propoſ. 33. Theor. 23.

Los angulos en la peripheria, en el centro; y los Sectores de circulos iguales: tienen entre ſi la proporciõ que las peripherias enque inſiſten.



Porq̃ 1, ſiendo iguales los circulos ABH, DEL: ſi el arco AHD es igual con DLF, el angulo AGD es iguál con DHF, *pr.* 27. 3. Luego ſi menor, menor; igual, ſi igual. Y lo miſmo es de ſus equimultiplices, *d.* 8. 5.

Y lo mismo consta de los angulos B. E, sus subduplos, *pr.21.3.* 2. Si el arco AHD es igual con DLF, las rectas AD, DF, son iguales, *pr.29.3.* Y los angulos G, H, *pr. 27.3.* Y los triangulos ADG. DFH, *pr.4 1.* y iguales las porciones de los circulos que cortan, *pr. 28.3.* Luego el sector AGDH, es igual cō el sector DHFL. 3. Si el arco AHD es mayor o menor que DLF, AD es mayor o menor q̄ DF; G mayor que H, &c. Y lo mismo es de sus equimultiplices, *d.8.5.*

Corr. *Luego 1, el vn sector tiene con el otro la proporcion que el angulo del vno con el del otro. 2. La peripheria del angulo en el centro, tiene con toda la circunferencia, la que el mismo angulo con quatro rectos.*

ELEMENTO VII, VIII, IX, X, XII, XIII, XIV, XV.

EN los seis elementos precedentes, he recogido lo q̄ la geometria disputa principalmente de lineas, angulos, y figuras planas: de sus propriedades, secciones, descripciones y ana-

logias

logias. Para lo qual era necessario ingerir lo que el quinto trata en terminos generales de la proporcion. Menos necessarios son los elementos, 7, 8, y 9; que tratan de numeros. Menos el 10, que trata de las magnitudes commensurables, y incommẽsurables; racionales, y irracionales. Ni el 12, 13, 14, 15, que tratan de los cuerpos solidos en particular, son de vsos tan frequentes o importantes, como el vndecimo; que disputa dellos en terminos mas generales, y comprehende en breue summa la Stereometria toda. Por ser pues este elemẽto tan necessario y general en todas las materias Mathematicas, le quiero añadir aqui; digo la mayor y mejor parte de sus proposiciones; passando algunas, aunq̃ mui pocas, de mas embaraço, que vtilidad.

ELE-

ELEMENTO VNDECIMO.

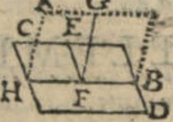
DEFINICIONES.

DEfinicion 1. *solido*, es lo que tiene la trina dimension; longitud, latitud, y profundidad. 2. *El extremo del solido*, es superficie. 3. *La linea recta, es recta al plano*, quando es perpendicular a todas las rectas, que tiradas en el plano, concurren en el punto en que toca el plano.

4. *Vn plano*, FE, es recto a otro, FD: quãdo todas sus rectas, E G, A B, I H, &c, que son perpẽdiculares a la comun secciõ EG, son rectas al otro plano, FD.

5. *La inclinacion de vna recta* AB, *a vn plano* CD, es el angulo acuto ABE, que haze con la recta BE, tirada de B, su punto de insistẽcia; hasta E, el punto en que cae la perpendicular AE, tirada del otro su extremo A.

6. *La inclinacion de vn plano*, AB, *a otro*, CD; es el angulo acuto, EFG, comprehẽdido de las rectas, EF, GF, que se tiran perpendiculares



a la comun seccion, HB; la vna EF, en el vn plano CD; y la otra GF, en el otro plano, AB.

7. *Vn plano està inclinado a vno, como otro a otro*, quando sus angulos de inclinacion son iguales entre si. 8. *Planos paralelos*, son los que por mas que se estiendan, no pue d concurrir. 9. *Figuras solidas semejantes*, son las comprehẽdidas de igual numero de planos semejantes. 10. Y son tambien *iguales*, si sus planos lo son.

11. *Angulo solido*, es el comprehendido de mas q̃ dos angulos planos, que descriptos ẽ planos distinctos, concurrẽ en vn punto. Tal es, A, comprehendido de los tres angulos planos, BAC, CAD, DAB.

12. *Piramide*, es figura solida comprehendida de quatro, ò mas planos, ABC, ADB, CDB ADC; de que, los constituidos sobre el vno dellos, ADC, que se lla-

se llama *basis*, se juntan en vn punto, B, que es el *vertice*. Y porque todos los planos del piramide, excepto la basis, se juntan necessariamente en vn pũto, son triangulos. Y quando la basis es triangulo, el piramide se llama *triangular*; *quadrangulo*, quando quadrado, &c.

13. *Prisma*, es la figura solida ABEDFC, comprehẽdida de cinco o mas planos: de q̃ dos, ABC, DEF, son oppuestos, iguales, semejantes, y paralelos: los de mas, AE, CE, AF, paralelogramos.

14 *Sphera*, es figura solida que se imagina formarse por vn semicirculo, miẽtras da buelta entera sobre su diametro immoble. 15. El *exe* de la sphera, es el mismo diametro immoble. 17. *Diametro* de la sphera, es qualquier linea recta, q̃ passando por su centro, se remata en la superficie.

18. *Meta*, es la figura solida, ABD, que se imagina formarse por vn triangulo rectãgulo, ACB; mientras da buelta entera sobre AC, vn de los lados que comprehenden el angulo recto, C, Y es *orthogonio*, quando los lados, AC,

La BC,

BC, que comprehenden el angulo recto, C, son iguales. *Ambligonio*, quando el lado quiescente es el menor de los dos. *Oxigonio*, quando es el mayor. 19. Su *exe*, es el quiescente, AC. 20. Su *basis*, el circulo, BDC, descripto del lado moble,, BC. Y su *vertice*, el punto A, que es el vertice del angulo oppuesto. Aduierto q̄ esta es definicion solo del *Meta recto:* y no del *inclinado*, cuyo exe no haze angulo recto cō la basis.

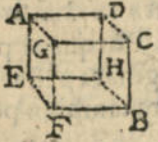
21. *Cylindro*, es la figura solida, ACB, q́ se imagina formarse por vn paralelogramo, BC, mientras da buelta entera sobre vn su lado quiescēte CD. 22. Su *exe*, es el mismo lado quiescēte. 23. Sus *bases*, los circulos, AC, BD, descriptos de los lados oppuestos y mobles, AC, BD. Tambien esta es definiciō de *Cylindro recto* solamēte; y no del *scaleno*, cuyo exe no es recto a las bases.

24. *Metas y Cylindros semejantes*, son cuyos exes y diametros de sus bases son proporcionales.

25. *Cubo*, es la figura solida, que se comprehēde de seis quadrados iguales. 26. *Tetraedon*, la que de quatro triangulos igua-

les y equilateros. 27. *Octaedron*, la que de ocho triágulos iguales y equialteros. 28. *Dodecaedron*, la que de doze pentagonos iguales, equialteros y equiangulos. 29. *Isco-saedron*, la que de veynte triangulos iguales, y equialteros.

30. *Paralelepipedo*, es la figura solida, ABCE, que se comprehẽde de seis figuras planas quadrilateras; de que, las oppuestas, AC, EB; AF, DB; AH, GB; son paralelas.



PROPOSICIONES.

Propos. y Theor. 1.

SI, BC, vna parte de vna linea recta existe en vn plano la otra parte no puede existir fuera della.

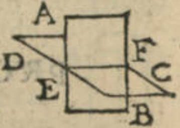
Porque si la otra parte no existiera tambien en el mismo plano, como DC; sino fuera della, como AC: la recta toda no se ajustaria con el plano FE. Luego FE, no seria superficie plana, *d.* 7. 1.

Propoſ. y Theor. 2.

LAs rectas, AB, CD, que ſe cortan; y todas las partes de qualquier triangulo plano, BED: exiſten en el miſmo plano

Porque el plano que ſe imaginara paſſar por CD, ſi paſſa por B, paſſara tambien por DB y AB, *pr.* 1. 11.

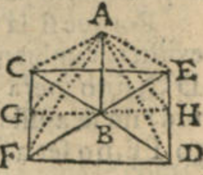
Propoſ. y Theor. 3.



SI dos planos, AB, DC, ſe cortan: ſu comun ſeccion, EF, es linea recta.

Porque, pues los pũtos E, F, exiſten en entrambos planos, *hyp.* la recta toda EF, exiſtira en entrambos, *d.* 7. 1.

Propoſ. y Theor. 4.

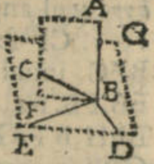


SI vna recta, AB, es recta a otras dos, CD, EF, en el pũto, B, en que ſe cortan: es tambien recta al plano, CEDF, que paſſa por ellas.

Sea CB igual con DB, EB con FB; en el quadrilatero C E D F. Tireſe por B, la recta GH, de qualquier suerte. Y tiradas las rectas, AC, AG, AF; AE, AH, AD; 1, por ser el lado CB igual con DB, EB con FB, *hyp*: y el angulo CBF, igual con EBD, *pr.* 15. 1. CF sera igual con ED; y el angulo BFC, igual con BED, *pr.* 4. 1. 2. Por ser EB, FB, rectas iguales, *hyp*; y adiacentes en BEH, BFG, angulos iguales; y en HBE, GBF, *pr.* 15. 1. EH será igual cō FG; y BG con BH, *pr.* 26. 1. 3. Y pues CB es igual con DB, *hyp*; AB, comun en los triangulos BAC, BAD; y los angulos ABC, ABD, rectos, *hyp*; y iguales: AC serâ igual cō AD, *pr.* 4. 1. y por la misma, AE igual con AF. 4. Y porque AE es igual con AF; DE con FC; y AD con AC: el angulo AED serâ igual con AFC, *pr.* 8. 1. 5. Por ser AE igual con AF; HE con GF; y el angulo AEH igual con AFG: AH será igual con AG, *pr.* 4. 1. 6. Porque BH es igual con BG, AB comun en los triãgulos BAH, BAG; y AH igual con AG: los angulos ABH, ABG serã iguales, *pr.* 8. 1. y rectos, *pr.* 13. 1. Y de la misma suerte se demonstra ser AB recta a qualquier otra recta, que tirada por el plano CEDF, passare por el punto B, en que AB toca el tal plano. Luego AB es recta al mismo plano, *d.* 3. 11.

Pro-

Propos. y Theor. 5.



SI vna recta, AB, es recta a otras tres, BC, BE, BD, en, B, el punto de su comun seccion: las tres, todas existen en el mismo plano.

Porque si alguna della, como BC existe fuera del plano EG, en que BE y BD existẽ; existira si quiera en el mismo plano en que AB, *pr.* 2. 11; pues la corta en B: a saber en el plano AF, cuya comun seccion con EG, es FB. Y porque AB es recta a EG, *pr.* 4. 11: es recta a BF, *d.* 3. 11. Luego si es tambien recta a BC, el angulo recto ABC parte, es igual con el recto ABF, su todo.

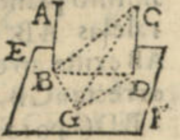
Propos. y Theor. 6.

LA recta, EF, que junta dos paralelas, AB, CD; existe en el mismo plano con ellas.

Porque AB, CD, existen en el mismo plano, *d.* 21. 1. y EF, en el mismo *d.* 7. 1.

Propos.

Propos. y Theor. 7. y 8.

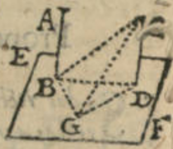


7. *Si dos rectas, AB, CD, son rectas a un plano, EF; so paralelas.*

8, *Y si son paralelas; y la una, CD, recta a un plano, EF; la otra, AB, es recta al mismo plano.*

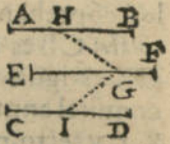
7. Tirense las rectas CB. BD: y en plano EF, la recta BG perpēdicular a BD, y igual con CD. Tirense mas CG, DG. Y porque BG es igual cō CD; BD comū; y los angulos cōprehendidos, CDB, GBD, iguales, *constr*: CB es igual eon DG, *pr*.4. 1 Y pues CB es igual con DG; GB con CD, y CG comū: el angulo CBG, es igual cō CDG, *pr*. 8. 1: y recto, pues CDG lo es. *d*.3. 11. Y por ser GB recta con AB, *d*. 3, 11; (pues AB es recta al plano EF, *hyp*.) es recta a las tres AB. CB. DB; y ellas todas en el mismo plano, *pr*. 5. 11. Pero CD existe en el mismo plano en q̄ CB, DB. *pr*. 2. 11. Luego en el en q̄ AB. Y porq̄ los angulos ABD, CDB, sō rectos. *hyp*: AB, CD, sō paralelas. *pr*. 28. 1.

8. Y siendo CD recta con EF: por la misma construcion, y demonstracion, el angulo CBG es igual con el recto CDG; y



y GB, recta a DB y BC; y al plano CBD, *pr.* 4 11. Pero, pues BC, BD, existen en el mismo plano en que las paralelas AB, CD, *pr.* 6 11: AB existe en el plano en q̃ CBD. Luego AB es recta a GB, *d.* 3. 11. Y pues es tãbien recta a BD(por ser ABD, CDB iguales a dos rectos, *pr.* 29. 1. y CDB recto, *hyp*:) es recta al plano EF, *pr.* 4. 11.

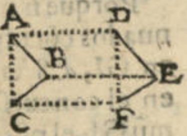
Propos. y Theor. 9.



L*As rectas, AB, CD, que son paralelas con otra, EF, son paralelas entre si: aunque existen en planos distinctos.*

Porque si AB, EF, son paralelas: existen en el mismo plano, *d.* 21. 1. Existan pues EF, CD en otro. Y siẽdo HG, IG, perpendiculares a EF; EF será recta al plano que passare por HG, IG, *pr.* 4. 11. Y porque AB, CD, son rectas paralelas con EF, *hyp*: seran rectas al mismo plano, *pr.* 8. 11. y paralelas entre si, *pr.* 7. 11.

Propos. y Theor. 10.



Si dos rectas, AB, BC, que se tocan en vn punto, B; son paralelas a otras dos, DE, FE, q̃ se tocan en otro punto, E: comprehenden angulos iguales; aunque no existen en el mismo plano.

Sea AB, igual con DE; CB, con FE: y tiradas las rectas AC, DF, AD, CF, BE. Porq̃ siẽdo AB paralela y igual cõ DE; y CB cõ FE, *hyp:* AD, y CF son paralelas y iguales con BE, *pr.* 33. 1. y entre si, aunque existã en planos distinctos, *pr.* 9. 11. y AC con DF, *pr.* 33. 1. Luego el angulo ABC, es igual con DEF. *pr.* 8. 1.

Propos. 13. Theor. 11.

No se puedẽ leuãtar mas q̃ vna perpendicular, DC, de vn pũto, D, de vn mismo plano, AB.

Porq̃ si se leuãtã dos, DC, DE, seran paralelas, *prop.* 7. 11. y no lo seran, pues concurren en D. *d.* 21. 1.

Propos. 14. Theor. 12.

Los planos, AE, BC, a los quales la misma, AB, es recta; son paralelos.

Porque

Porque si no lo son, continuados cõcurriran, digamos en GI, *d.* 8. 11. Tomese pues en el concurso y seccion comũ GI, el pũto H; y tirense las rectas HA, HB; y seran rectas a AB, en A y B, *d.* 3. 11. Luego en el triangulo AHB, los angulos HAB, HBA seran rectos. Y no lo seran, *pr.* 17. 1.

Propos. 15. Theor. 13.

SI dos rectas, AB, AC, que concurren en vn puncto, A; son paralelas con otras dos, DE, DF, que concurren en otro punto, D; y existen en otro plano: los planos, CB, FE, en q̃ existen, son paralelos.

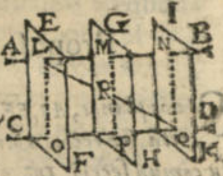
Tirese AI recta a FE; IG paralela con DE; IH con DF. Y porque AB y IG son paralelas con DE, *constr:* lo son entre si, *pr.* 9. 11. Y los angulos AIG, IAB, igualã a dos rectos, *pr.* 29. 1. Pero AIG es recto, *hyp:* Luego IAB lo es. Del mismo modo consta ser IAC, recto. Luego IA es recta al plano CB, *pr.* 4. 11. Pero es tambien recta a FE, *constr.* Luego CB, FE, son planos paralelos, *pr.* 14. 11.

Propos. 16. Theor. 14.

SI dos planos paralelos, AB, CD, se cortan por otro, EF; sus communes secciones, EG, IF, son paralelas.

Porque si no, cõtinuadas cõcurriran en algun punto, como en H. Luego pues EG exiſte en AB, IF en CD: AB, CD, continuados concurriran, y no ſerã paralelos.

Propos. 17. Probl. 15.

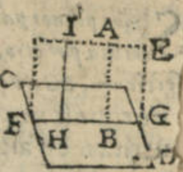


SI planos paralelos, EC, GH, Ik, cortan dos rectas, AB, CD; las cortan en ſegmẽtos proporcionales; LM, MN; OP, P.Q.

Tireſe LQ, q̃ paſſe por GH en R: y las rectas paralelas LQ, MP, NQ, y LM tendra con MN, la proporcion que LR con RQ; OP con PQ la que LR con RQ, *pr.* 2. 6. Luego LM tendra con MN, la proporcion q̃ OP con PQ, *pr.* 11. 5.

Pro-

Propos. 18. Theor. 16.



SI una recta, IH, es recta a vn plano, CD; todas las planas q̃ passan por ella, son rectos al mismo plano, CD,

Demos que FG, sea la seccion en q̃ FE (el plano en q́ existe IH, recta al plano C D) corta el plano CD: y que AB, otra recta que existe en FE, sea paralela con IH. Pues AB será tã-bien recta a CD, *pr.* 8. 11. lo mismo se infiere de qualquier recta de FE, paralela con IH. Luego FE es recta a CD, *d.*4.11.

Propos. 19. Theor. 17.

SI dos planos, AB, EF, que se cortã; son rectos a otro, GH su comun seccio͂, DC, es recta al mismo tercer plano, GH.

Porque siendo EF recto a GH; la recta q̃ se leuanta de C por EF, recta a CF comũ seccio͂ de EF, GH, es recta a GH. *d.* 4. 11. Y la que se leuãta de C, por AB, recta a CB comũ seccion de AB, GH: es recta a GH, siendo AB recto a GH, *d.* 4. 11.

Pero

Pero se puede leuãtar vna sola recta del pũto C, que sea recta a GH, *pr.* 13. 11. Luego la que se leuãtare de C por EF, recta a GH; y la que de C, por AB, recta a GH; es vna sola linea recta. Luego CD, la comũ seccion de EF, AB, es recta a GH.

Propos. 20. Theor. 18.

Qvalesquier dos, de tres angulos planos, BAC, BAD, DAC, que comprehenden vn angulo solido, A; exceden el tercero.

No necessita de prueua, quando todos los tres son iguales; ni quando el tercero es igual, o menor, que el vno de los otros dos. Pero aunq̃ el tercer BAC, sea mayor q̃ qualquier de los otros, es menor que entrambos jũtos. Porque si se corta en BAC, BAE, igual con BAD, *pr.* 23. 1. y se tira AE, igual con AD; y las rectas BC, BD, DC: BE será igual cõ BD, *pr.* 4. 1. Pero las dos BD, DC, juntas exceden a BC, *pr.* 20. 1. Luego DC, es mayor que EC. Y pues AD es igual con AE, *constr:* y AC comun: el angulo DAC, es mayor que CAE, *pr.* 24. 1. Luego los dos BAD, DAC, juntos exceden al tercero BAC.

Pro-

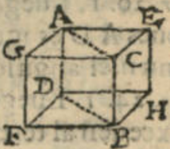
Propos.21.Thor.19.

Todos los angulos planos; BAC, CAD, DAB, que comprehendē vn angulo solido, A; son menores que quatro rectos.

Tiradas las rectas BC, CD, DB: en cada vno de los puntos B, C, D, aurâ vn angulo solido, *d* 11. 11. Y qualesquier dos de los planos que le cōprehendē, ABC, ABD, exceden el tercero CBD, *pr.* 20. 11. y lo mismo es de los en D, C. Luego los seis, ABC, ABD, ADB, ADC, ACD, ACB, son mayores que los reliquos tres, BCD, CDB, DBC; que son iguales a dos rectos, *pr.* 32. 1. Luego exceden a dos rectos. Pero cō los tres en el vertice A, hazen seis rectos, *pr.* 32. 1. Luego los tres que en A, comprehenden el angulo solido, son menos quatro rectos.

Propos. 24. Theor. 21.

Los planos oppuestos en el solido, ABEF, comprehendido de planos paralelos; son paralelogramos semejantes, y iguales.



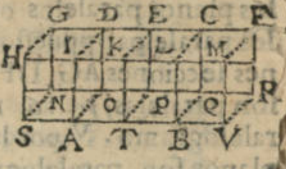
Porque, pues AF, corta

los

los planos paralelos oppueſtos GE, FH; y los paralelos oppueſtos FC, DE: las comunes ſecciones AG, DF; y tambien AD, GF, ſon paralelas, *pr.* 16. 11. Luego AF es paralelogramo. Y por la miſma, los demas planos ſon paralelogramos. Y porque las rectas EA, AG, ſon paralelas con HD, DF, rectas de otro plano; los angulos EAG HDF, ſon iguales, *pr.* 10. 11. Y por la miſma, los reliquos angulos de los paralelogramos EG, HF, ſon iguales. Y pues AG es igual con DF; y AE, con DH: FD tendra con DH, la proporcion que GA con EA: y por la miſma raçon, DH tendra cõ HB, la que AE con EC, &c. y los paralelogramos oppueſtos EG, HF, ſõ femejãtes, *d* 1. 6. Y tirados los diametros AC, DB: pues AG es igual con DF, GC con FB; y el angulo AGC igual con DFB; los triãgulos ACG, DBF, ſon iguales, *pr.* 4. 1. Pero ſon mitades de los paralelogramos EG, HF, *pr.* 34. 1. Luego EG, HF ſon iguales. Lo miſmo conſta por la miſma demonſtracion, de los reliquo s planos oppueſtos.

Propoſ. 25. Theor. 22.

S*i vn plano, ET. paralelo con, DA, CB, los planos*



oppuestos de vn Paralelepipedo, DB; le corta: los solidos, DT, EB, en que queda repartido, tẽdran entre si la proporciõ q̃ sus bases, Ak, BK.

Porque DT, EB, pues se comprehendẽ de planos paralelos, *hyp*; son paralelepipedos, *d.* 30. 11. y tienen sus planos oppuestos paralelogramos, semejantes, y iguales, *pr.* 24. 11. Añadãsele al Paralelepipedo BD, por la vna banda, GA paralelepipedo igual y semejante cõ DT: y por la otra oppuesta, CV igual y semejante cõ EB. Y la basis SK será tan multiplice de la basis Ak, quãto el solido GT del solido DT; y Vk de BK, quanto EV de EB. Pero si SK multiplice de la primera magnitud AK, es igual cõ VK multiplice de la segũda BK; GT multiplice de la tercera DT, es igual con EV multiplice de la quarta EB. Pues siendo las bases Sk, VK, iguales y semejantes; los seis paralelogramos del solido GT, seran iguales y semejantes cõ los seis del solido EV; y siendo Sk mayor o menor que Vk; GT será mayor o menor que EV. Luego la proporcion que Ak tiene con Bk, tiene DT cõ EB, *d.* 8. 5.

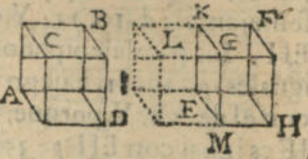
Propos.

jantes; ſus paralelepipedos equialtos ſeran ſemejantes, *d.* 10. 11. Y ſi IF es igual con EH, ſus paralelepipedos equialtos ſeran iguales, *pr.* 29. 11. Luego el de IF ſerá igual con el de AB. Y porque el paralelogramo IF es igual con EH, *pr* 35. 1; y EH cõ CD, *hyp*; IF es igual con CD. Luego CD tiene con EK, la proporcion que IF con Ek, *pr.* 7. 5. Pero el ſolido de IF, tiene con el de Ek; la que IF con EK; y el de CD con el de EK, la que CD con Ek *pr.* 25. 11. Luego el ſolido de CD, tiene con el de Ek, la que el de IF con el de Ek. Luego los paralelepipedos de IF, y de CD, ſon iguales, *pr.* 9. 5. Y porque el de IF es igual con el de AB; los de AB, CD, ſon iguales.

Corr. *Luego* 1, *paralelepipedos iguales, y de baſes iguales, ſon equialtos. Porque ſino; corteſe del mas alto, el exceſſo; y quedaran en baſes iguales y equialtos: y igual la parte cõ el todo. Luego* 2, *paralelepipedos iguales y equialtos, tienẽ iguales baſes. Porque ſi no; corteſe el exceſſo de la baſis mayor: y quedaran en el iguales baſes, y equialtos; y la parte igual con ſu todo.*

Propoſ. 32 Theor 27.

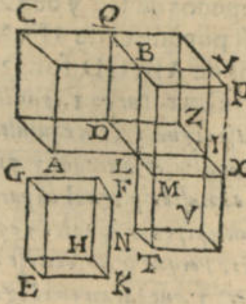
L*Os ſolidos paralelepipedos equialtos, ABCD,* *EFGH, tiene entre si la proporcion que sus bases, CD, GH.*



Porque si se añade el paralelepipedo I K L M, igual y equialto con A B C D; tendra con EFGH, la proporcion que ABCD; *pr. 7. 5.* Pero tiene con EFGH, la que su basis EM, o CD su igual, con la basis GH, *pr. 25. 11.*

Propos. 33. Theor. 28.

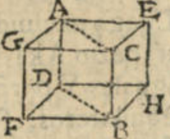
Los solidos paralelepipedos semejantes, ABCD, EHGF; tienen entre si, la triplicada proporcion de sus lados homologos, AL, Ek.



Añadanse los paralelepipedos DI-OY, IMBP; y TX-LV, igual y semejante con EHGF. Y por ser A B C D, EHGF, semejantes; DL tiene con Hk, o con LM su igual, la proporcion q̃ AL con Ek, o cõ L I su igual: y AL con EK, o con LI su igual; la que BL

con

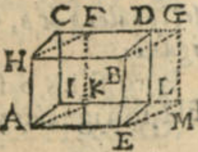
Propos. 28. Theor. 23.



EL plano que corta el paralelepipedo. GH, por, AC, DB, diagonios de planos oppuestos, GE, FH; le parte por el medio.

Porque GE, FH, son paralelogramos iguales y semejantes, *pr.* 24. 11. partidos por los medios por los diagonios AC, DB, *pr.* 34. 1. Y el paralelogramo AF es igual con EB; AH con GB, *pr.* 24. 1; y AB comun. Luego los triangulos ACG, DBF; cõ los paralelogramos AF, GB, AB, del prisma ACGDBF: igualan los triãgulos EAC, HDB, con los paralelogramos EB, ED, AB, del prisma EACHDB. Luego los prismas son iguales, *d.* 10. 11. Pero cõponẽ el paralelepipedo GH, como sus partes todas. Luego el plano, &c.

Propos. 29. Theor. 24.

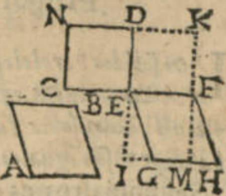


LOs solidos Paralelepipedos, ACDE, AFGE, equialtos; y constituidos sobre la misma basis, AB: son iguales.

Ser equialtos, es consis-

tir entre los mismos planos paralelos. Los paralelogramos AL, AM, son iguales, *pr.* 35. 1. Luego excluido el comũ trapezio AkLE, los triãgulos AKI, EML sõ iguales. Y porq̃ los triãgulos AkI, HFC, sõ equilateros; son equiangulos, *pr.* 8. 1; y semejantes, *pr.* 4. 6. Y tãbien EML, BGD. Mas, el paralelogramo AC, es igual y semejante con FD; AF con EG, *pr.* 24. 11. Y por ser IL, KM, cada qual igual cõ AE; lo sõ entre si: y Ik, LM. Luego IF es igual con LG, *pr.* 26. 1. Y todos los planos del prisma AIkFCH, son iguales y semejantes con todos los del prisma ELMGDB. Luego los prismas son iguales, *d.* 10. 11. Y añadido el comun solido AH FKLDBE, los paralelepipedos &c.

Propos. 31. Theor. 26.

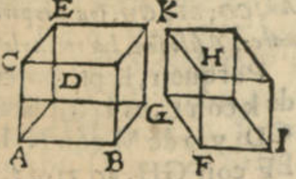


Los solidos paralelepipedos equialtos, y de bases iguales, AB, CD; son iguales.

Porq̃ si las bases AB, EH, son iguales y semejantes bases AD,EH,sõ iguales;y ABCD igual cõ EHGF,pr.31.11. 4.Si Fk es mayor q́ AI; tomese EL igual con AI ;y tirese LM paralelo cõ EH. Y porq̃ Ek tiene cõ AI ,o cõ EL su igual,la proporciõ que AD con EH, *hyp:* y ABCD tiene con EHLM, la que AD cõ EH *pr.* 32 11:y kN con LN, la que Ek con EL, *pr.* 1.6; y mas , EHGF , con EHLM: la que kN con LN, *pr.* 32.11. EHGF tendra con EHLM,la que ABCD cõ EHLM. Luego ABCD es igual con EHGF (si AD tiene con EH, la proporcion que Ek con AI) *pr.* 9. 5.

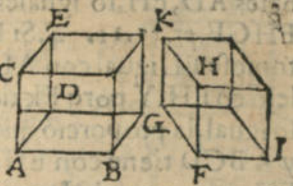
Propos. 36. Theor. 31.

Los paralelepipedos equiangulos, EB, kI, son iguales; si si el vno, EB, se cõprehende de tres rectas proporcionales, AB, AC, AD; y el otro, kI, de la media, FI.



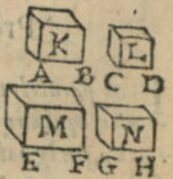
Demos FI,FH,FG, iguales con AC, en el angulo solido IFG igual con BAC: y el angulo plano IFG igual con BAC; IFH, con BAD; HFG, con DAC. Luego AB tẽdra con FI, la proporcion que FH cõ AD.

Y pues



Y pues BAD es igual con HFI; el paralelogramo BD, basis de EB, es igual con HI, basis de kI. Y sus altitudes seran iguales; por ser iguales CA, GF, leuantadas en angulos iguales sobre las bases DB, HI, *hyp.* Luego EB es igual con kI, *pr. 21. 11.*

Propos. 37. Theor. 32.



Los paralelepidos semejantes, k, L, M, N, q̃ se describen sobre quatro rectas proporcionales, AB, CD; EF, GH; son proporcionales. Y si lo son, las rectas lo son.

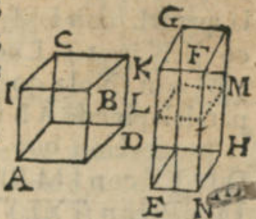
Porque 1, la proporcion de k con L, es la triplicada de la de AB cō CD; y la de M con N, la triplicada de la de EF con GH, *pr.* 33. 11. Luego si AB tiene cō CD, la que EF con GH; k tiene con L, la q̃ M con N. 2. Porque K tiene con L, la triplicada de AB con CD: y M cō N, la triplicada de EF con GH, *pr.* 33. 11. si K tiene con L, la que M con N; AB tiene con CD, la que EF con GH.

con FK, o con LN su igual. Pero AD tiene con DI, la que AL con LI; y DI con IM, la que DL con LM; y BI con IN, la q̃ BL con LN, *pr.* 1. 6. Luego DI tiene con IM, y BI con IN; la que AD con DI. Pero el paralelepipedo A B CD, tiene con D.QY, la proporcion que la basis A D con D I; D I Q Y con I M BP, la que DI con I M; IMBP con TXLV, la que BI con IN, *pr.* 32. 11. Luego DIQY tiene con IMBP, la proporcion que ABCD con DIQY; IMBP con TXLV, la que DIQY cõ IMBP. Luego ABCD, DI QY, IMBP, TXLV, sõ quatro cantidades en proporcion continua. Luego la proporcion que ABCD tiene con TXLV, o con EHGF su igual y semejante, es la triplicada de la que ABCD tiene con DIQY, *d.* 6. 6. Pero AD basis tiene con DI, la que ABCD cõ DIQY. *pr.* 32. 11. Y AL lado con LI, o con Ek su igual; la que AD con DI, *pr.* 1. 6. Luego la proporcion que ABCD tiene cõ EHGF, es la triplicada de la de los lados homologos, AL, Ek.

Corr. *Luego el paralelepipedo de la primera de quatro rectas proporcionales continuamente, tiene con el su semejante de la segunda; la proporcion que la primera, con la quarta.*

Propos. 34. Theor. 29.

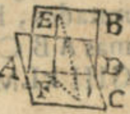
Las bases, AD, EH; y las altitudes, AI, Ek; de los paralelepipedos iguales, ABCD, EHGF: tienen proporcion reciproca. Y si la tienen, los paralelepipedos son iguales.



Tendra pues AD cō EH, la proporcion que Ek con AI, *d. 2. 6.* Porque 1, siendo los paralelepipedos iguales; y iguales sus alturas, Ek, AI; sus bases AD, EH, lo seran, *corr. 2. pr. 31. 11.* Luego AD tendra con EH, la proporcion que Ek con AI. 2. Si Ek es altitud mayor que AI: tomese EL igual con AI; y tirese el plano LM paralelo con EH. Y pues ABCD tiene con EHLM, la proporcion que EHGF su igual, *pr. 7. 5*; AD basis con EH, la que ABCD con EHLM su equialto, *pr. 32. 11*: y kN basis con LN, la que EHGF con EHLM su equialto: kN tendra con LN, la que AD con Ek. Pero Ek tiene con EL, o con AI su igual, la que kN con LN, *pr. 1. 6*; que es la que AD tiene con EH. 3. Si las altitudes AI, Ek, son iguales; y AD tiene con EH, la proporcion que Ek con AI: las

bases

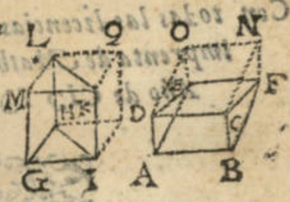
Propos. 38. Theor. 33.



SI vn plano, AB es recto a otro, AC; y de vn punto, E, del vno, AB, se tira vna recta perpendicular al otro, AC; caera en la comun seccion de entrambos.

Como EF en AD. Porq̃ si cae fuera della, como EI en I: siendo IF tirada perpendicular a la seccion comun AD, será recta al plano AB *d.* 4. 11. y I E F, tendra dos angulos rectos, EFI, EIF: que implica, *pr.* 17. 1. 1.

Propos. 40. Theor. 35.

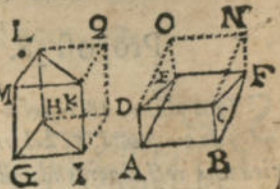


SI, AC la basis de vn prisma, ABCDEF, es paralelogramo, y el duplo de, HIG, la basis triangular de otro prisma su equialto, GHIKLM: los prismas son iguales.

Complanse los prismas en paralelepipedos equialtos, AN, GQ. Y porque el paralelogramo GD, es el duplo del triangulo GHI, *pr.* 34. 1; y AC el duplo de GHI: *hyp.* AC es igual con GD. Luego los paralelo-

pipe-

pipedos AN, GQ, ſon iguales, *pr.* 31. 11. Y iguales ſus mitades, los priſmas A B C D E F, GHI kLM.



Ad maiorem Dei gloriam.

EN LISBOA.

Con todas las licencias neceſſarias. En la imprenta de Mathias Rodrigues. Año de CIↃ IↃC XXXIV.

puestos AN, GO, son iguales ...
... iguales sus ...
... ABCDEF, GHIKLM.

Ad maiorem Dei gloriam.

EN LISBOA.

Con todas las licencias necessarias. En la Imprenta de ... Rodrigues.
Año de CIↃ IↃCCXXXIV,