Beja

1864

Los Usos del Pantometra

Proposicion 1.ª Problema 1.º

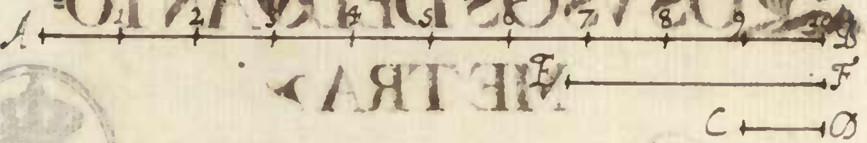
Como se reconoce el lado, o raiz quadrada de un numero plano dado.

1. La extracion de la raiz quadrada de un numero dado, por el pantometra, es breve, y facil; pues consiste en tomar el numero propuesto en la escala de superficies, y passarle a la escala de numeros iguales. Toda la dificultad consiste en reconocer el valor de los numeros, que salen en la escala de numeros iguales por la raiz, que se busca. Para acertar sera bien reconocer el numero de puntos, que el numero propuesto admitte; o por lo menos es necessario advertir, que si el numero propuesto no passa de 100, todo el un lado de la escala de numeros iguales vale 10; vale 100, si el numero propuesto passa de 100, y no passa de 10000: vale 1000, si el numero propuesto passa de 10000, y no passa de 1000000; vale 10000, si el numero propuesto passa de 1000000, y no passa de 100000000.

2. En caso, que el numero propuesto no es quadrado, y se pretende reconocer en una recta su raiz verdadera, y propria, ya, que no se puede hazer en numeros. Tomese una recta, qual es la siguiente AB, repartida en tantas partes, pies, palmos, &c.ª quantas son las unidades

del

del numero propuesto, y busquesse por la 13. de 6.º otra



recta E F. media proporcional entre A B; y C D, una decima parte de A B. Porque esta recta E F, es el lado, o rais propria del numero propuesto A B, por la 17. 6.º

3 Esta misma operacion se executa tambien por el pantometra; porque si pongo C D, entre 1, y 1, de la escala de superficies, la distancia entre 10, y 10 de la misma escala sera la media proporcional, y rais pedida E F. Y geralmente, si pretendo reconocer una recta media proporcional entre otras dos dadas, reconosco en la escala de partes iguales la proporcion, que entre si tienen en numeros poniendolas entrambas en el uno de sus lados; o poniendo la mayor entre 10, y 10 de la misma escala de numeros iguales, o entre 6, y 6, &c.ª y corriendo la otra paralella en la misma escala abierta. Porque si pongo en la escala de superficies la una destas rectas dadas entre los numeros de su cantidad, reconocida en la escala de numeros iguales; la distancia de los terminos de la cantidad de la otra en la misma escala, es la media proporcional, que se busca.

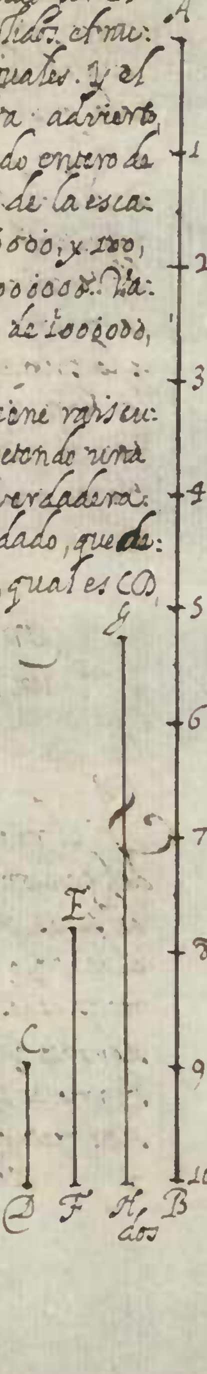
Propos. 2.ª Probl. 2.º

Como se reconoce el lado, o rais cubica de qualquier numero dado.

La

La extraccion de la rais cubica de un numero dado por el pantometra, consiste en tomar en la escala de solidos el nu:mero dado, y passarle a la escala de numeros iguales. y el valor de las notas de la rais hallada se entendera. advierto que si el numero dado es menos que 1000, un lado entero de la escala de solidos vale 1000, y un lado entero de la esca:la de numeros iguales vale 100; valen 1000000, y 100, si el numero dado passa de 1000, y no passa de 1000000. Va:len 1000000000, y 1000 si el numero dado passa de 1000000, y no passa de 1000000000, &c.

2 En caso, que el numero propuesto no tiene rais cu:bica, que se pueda exprimir en numeros, y pretendo una linea recta, que represente su rais propria, y verdadera: tomo una recta AB, que represente el numero dado, que de:mos sea de 10. y tomo tambien otra linea recta, qual es CD que represente 1, de los 10. dados; si reconos:co dos rectas EF, GH. medias proporciona:nales entre estas rectas dadas AB, CD; EF, la media mas propinqua a CD, 1, sera la rais verdadera del numero dado 10. AB. Porque el cubo de EF, es igual con el para:lelepipedo del quadrado de CD, y de AB; Pero el numero dado 10. es este mismo para:lelepipedo. Porque el quadrado de CD, 1, es 1, y el producto de 1, y de 10. es 10. Luego EF, es el lado, o rais cubica de AB. 10



3 En las proposiciones antecedentes quedan advertidos tres modos de reconocer dos rectas medias proporcionales entre otras

dos dadas sin el auxilio de instrumento. Y si se han de re conocer por el pantometra, reconocer en la escala de partes iguales la proporcion en numeros, o partes de la misma escala, que las tales dos lineas extremas dadas tienen entre si. Luego pondre la una tomada, o reconocida en la misma escala de partes iguales en los terminos del numero, que representa en la escala de solidos; porque la distancia de los terminos del numero, que representa la otra extrema en la misma escala de solidos sera la media mas propinqua, a la primera extrema. Pongo esta media hallada entre los terminos del numero de la primera extrema: y la distancia entre los terminos del numero de la segunda extrema en la misma escala de solidos; sera la otra media

Propos. 3ª Probl. 3º

Como dado el radio, o semediametro de un circulo, se reconoce en el Pantometra el seno recto de qualquier arco del mismo circulo.

Si el radio, o semediametro dado es igual con el radio del pantometra, que es con un lado entero de la escala de senos, en el mismo lado los segmentos tomados desde el centro, o interseccion de los mismos lados, son los senos rectos de los arcos particulares del circulo dado: y assi el segmento entre el centro, y 10; es el seno recto de qualquier arco de 10. grados: el segmento entre el centro, y 15, es el seno recto de arco de 15. grados; &cª.

2 Pero si el radio, o semediametro dado no es igual con

con el radio del pantometra, se pondra entre los extremos del radio del pantometra, que es entre 90, y 90. y la distancia entre qualquier numero de la misma escala sera el seno recto del arco del circulo dado de ygual numero de grados; qu es la distancia entre 20, y 20. sera el seno recto de arco de 20. grados; la distancia entre 35, y 35, sera el seno recto de arco de 35. grados. Esto consta por la construccion de la escala de senos. y por la 4.6. De aqui se infiere, como dado el radio, se halla el seno de complemento de qualquier arco, que es el seno recto del arco, que es su differencia con 90.

Propos. 4.ª Probl. 4.º

Como dado el seno recto de un arco, se reconoce el radio.

La praxe mas breve consiste en poner el seno dado entre los numeros de la escala de senos que representan el arco dado; porque por la precedente la distancia entre los extremos del radio, que es entre 90, y 90, sera el radio pedido.

Propos. 5.ª Probl. 5.º

Como dado el radio de un circulo, o el seno recto de qualquier su arco, y una recta, que representa un seno ygnoto, se reconoce la cantidad del tal seno ygnoto, o del arco, cuyo seno es.

Puesto el radio dado entre los extremos del radio del pantometra

tometra, y el seno recto dado entre los numeros de la misma escala, que representaran el arco, cuyo seno recto es: si se toma entre los pies de un compas el seno ignoto dado, se hallara, que es seno recto del arco, que representan los numeros entre cuyos extremos se accommoda en la misma escala.

Propos. 6.ª Probl. 6.º

Como dado el radio, o el seno recto, se reconoce el seno verso de qualquier arco dado.

Si el arco, cuyo seno verso se pide es menor, que quadrante, la differencia entre el radio, y el seno de complemento del mismo arco es el seno verso pedido.

2. Si el arco, cuyo seno verso se busca es quadrante, digo mayor que quadrante, o que 90. grados, el tal seno verso consta del radio, y de la differencia entre el seno de complemento del mismo arco, y el radio; o que es lo mismo consta del radio, y del seno recto del arco, con que el arco dado excede quadrante, o 90. grados.

3. Luego la execucion desta proposicion, es facil por las precedentes 3. y 4.

Propos. 7.ª Probl. 7.º

Como dado el diametro, o el radio, se reconoce la chorda de qualquier arco del circulo, en el pantometra, o en la regla, que le acompaña.

Si el radio del circulo dado sale igual con el radio del

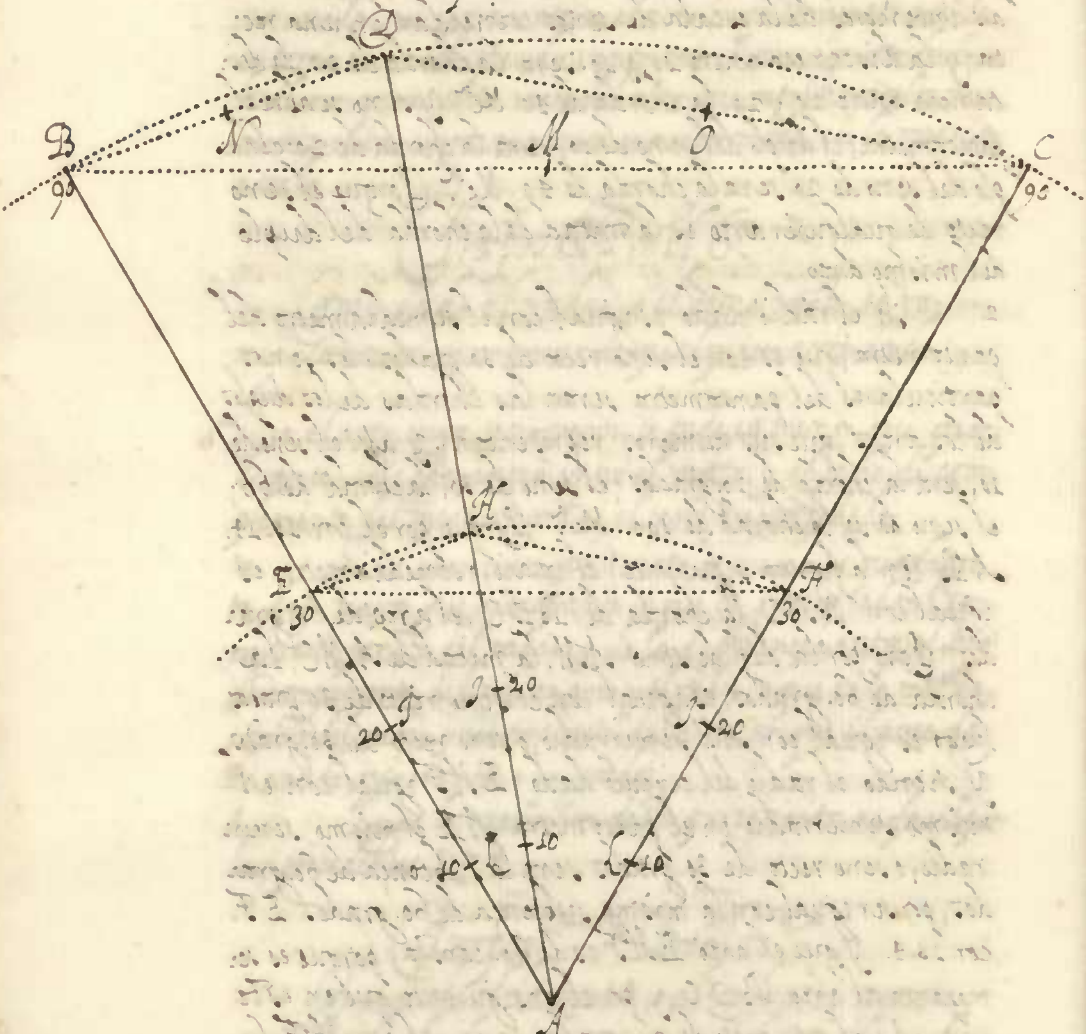
pantometra

pantometra, el pantometra se abrira de modo, que las line-
as interiores de la escala de senos coincidan en una rec-
ta: y la distancia entre 10. y 10. sera la chorda de 20: la dis-
tancia entre 20. y 20. la chorda de 40. &c.a Y si no se abre el
pantometra, el duplo del seno de 10, sera la chorda de 20: el du-
plo del seno de 20. sera la chorda de 40. &c.a Porque el seno
recto de qualquier arco es la mitad de la chorda del duplo
del mismo arco.

2 Si el radio dado es igual con el semediametro del
pantometra, que es con el seno recto de 30. grados: los senos
particulares del pantometra seran las chordas de los duplos
de los arcos que sus numeros representan. Y assi el seno de
10, sera la chorda de 20. grados: el seno de 30, la chorda de 60:
el seno de 50. la chorda de 100. &c.a Porque por el cor. 15. 14.
AB (en la figura siguiente) el radio, o semediametro, es
igual con AMC, la chorda de BDC, el arco de 60. gra-
dos. Pero por la def. de seno AM, la mitad de AMC, la
chorda de 60. grados, es igual con el seno recto de 30. grados
Luego es igual con AE semirradio, o seno recto de 30. grados.
Y siendo el radio del circulo dado EHF, igual con el
mismo semirradio en el pantometra AE el mismo semir-
radio, o seno recto de 30. grados sera la subtenca de 60. gra-
dos, por ser igual con la misma subtenca de 60. grados EF.
cor. 15. 4. Y que el arco EHF, es de 60. consta, porque es se-
mejante al arco BDC, y por el consiguiente que en este
caso AI, el seno recto de 20. grados es igual con HF la
chorda de 40. grados; que AL, el seno recto de 10. grados, es
igual con EH, la chorda de 20. grados. Y que finalmen-
te qualquier seno tomado en el pantometra es igual con

la

la chorda del duplo arco.



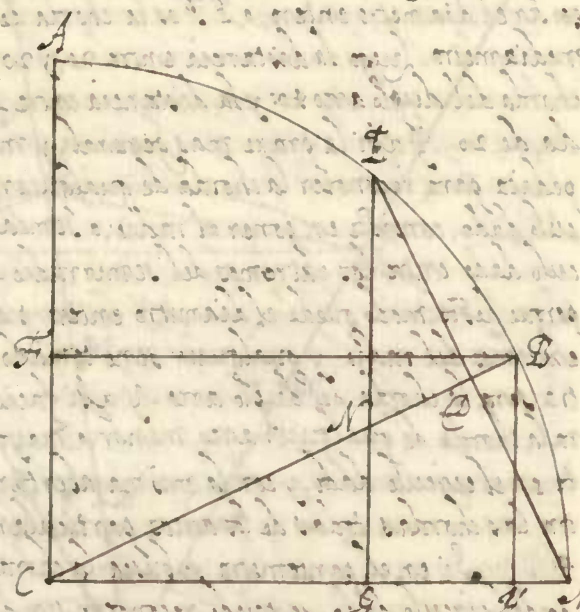
3 En caso que el radio del circulo dado ni es igual con AB, el radio, ni con AE, al semediametro del pantometra, se pondra el diametro entre 90, y 90. los extremos del radio

dio, o se pondra el radio, o semediametro entre 30. y 30. los extremos del semirradio, o seno de 30, y entonces la distancia entre los extremos de qualquier seno en el pantometra, sera la subtenca del duplo arco por la demonstracion ya apuntada: que es la distancia entre 90, y 90. sera la subtenca de 180 la distancia entre 30, y 30, la chorda de 60; la distancia entre 20. y 20. la chorda de 40; la distancia entre 10, y 10. la chorda de 20. &c.ª Porque los triangulos ABC, AEF, &c, son semejantes; pero por la construcion BC, es la chorda de 180. por ser el diametro entero; o EF es la chorda de 60, por ser el semediametro. Luego la distancia entre 20, y 20. es tambien la chorda del duplo arco 40: y la distancia entre 10, y 10, es la chorda de 20. Y assi la praxe mas general, y mas facil, y expedita para reconocer la chorda de qualquier arco de un circulo dado, consiste en poner el radio, o semediametro del circulo dado entre los extremos del semirradio del pantometra; porque deste modo queda el diametro entero puesto entre los extremos del radio, y qualquier seno tomado en el pantometra sera la chorda del duplo arco. Y assi facil mente se hallara la chorda de qualquier arco menor, o mayor, que el quadrante en el circulo dado, y con la misma abertura del pantometra las chordas todas de los arcos particulares.

4 Si en el pantometra se busca la chorda de un solo arco del circulo dado, se puede reconocer sin duplicar el seno en el pantometra, conforme el §. 1. y sin duplicar el arco, o numero, conforme los §§. 2. y 3. Porque si pongo el radio, o semediametro del circulo dado entre los extremos del seno de complemento de la mitad del arco, cuya chorda se pide: la distancia entre los extremos del seno del mismo arco en el

pantometra

pantometra sera la chorda del arco pedida. Y assi si pretendo reconocer la chorda del arco de 40. grados en un circulo dado, pongo el radio del mismo circulo entre 70, y 70. el complemento de 20. la mitad de 40, y la distancia en el pantometra entre 40, y 40. sera la chorda del arco de 40. grados en el circulo dado. Y la razon es, porque el seno de complemento de la mitad de qualquier arco tiene con el radio la proporcion, que el seno del mismo arco con su chorda. Sea BM, la mitad del arco EBM; EM, es la chorda, y EG, el seno recto del arco integro EBM. Y porque BH, es el seno recto de su mitad BM; BF es el seno de complemento de la misma mitad, o CH, su igual por la 34. 1. Demonstro luego, que CH, el seno de complemento de BM, la mitad



del arco EBM, tiene con el radio CB, la proporcion, que EG, el seno recto del mismo arco integro EBM, tiene con EM, la chorda del mismo arco. Porque por la 3. 3. en el triangulo EDN, el angulo EDN, es recto, y igual con el angulo recto CGN, en el triangulo NGC; y por la 15. 1. los angulos

gulos CNG, ENO, son iguales. Luego tambien los trian:gulos CBH, EMG, son iguales, y equiangulos, porque los angulos en C, y E, son iguales, y rectos los angulos en H, y G. Luego por la 4. 6. CH; CB:: EG; EM que es el inten:to. Luego si en el pantometra pongo el radio del circulo dado entre los terminos del seno de complemento de la mitad del arco, cuya chorda busco, es necessario, que la distancia en:tre los terminos del seno recto del arco integro en el mismo pantometra, sea la chorda del arco mismo integro.

5 La construcion de la escala de chordas en la regla, que acompanha el pantometra, y de las del radio, facilmen:te encamina la reliquia parte de la presente proposicion. Porque si el radio del circulo dado es igual con la subten:sa de 60. en qualquier de las tales escalas; en la misma escala se hallaran las chordas de qualquier otro arco, que no excede a 90. grados. Y si excede, se buscara en la misma escala el arco del excesso, y este hallado, la chorda, no se pue:de ignorar. Pero si el radio del circulo dado no es igual con la chorda de 60, por medio de la misma chorda de 60. grados, co:mo semediametro, se formara otro circulo concentrico mayor, o menor, y reconociendo en el arco pedido los semediame:tros communes, cortaran en el dado, el pedido semejante.

Propos. 5.ª Probl. 5.º

Como dada la chorda de un arco de un cir:culo, se halla el diametro, y el radio en el Pantometra.

En el Pantometra la chorda dada se pondra entre los

los extremos del seno de la mitad de su arco, y la distancia entre los extremos del semirradio del pantometra, sera el radio del circulo dado; y la distancia entre los extremos del radio, sera el diametro del mismo circulo. Y assi si la chorda dada es de 80. grados, se pondra entre 40. y 40. y la distancia entre 30. y 30. sera el radio; y la distancia entre 90. y 90. el diametro del circulo.

2. Tambien la chorda dada se puede poner en el pantometra entre los extremos del seno recto del mismo arco, y el radio, que se busca sera la distancia entre los extremos del seno de complemento de la mitad del mismo arco. Y si la chorda dada es de arco de 80. grados, la pongo entre 80. y 80. en el pantometra; y la distancia entre 50. y 50. el seno de complemento de 40. la mitad de 80. sera el radio, que se busca.

Propos. 6.ª Probl. 9.º

Como se abre el pantometra a la cantidad de qualquier angulo dado.

Las lineas interiores de la escala de numeros iguales, y de la escala de senos, hazen angulo de 2. grados, quando el pantometra queda cerrado; y entonces las lineas interiores de las escalas de superficies, y solidos, hazen angulo de 10. grados. Luego, si advierto en esta proposicion como las lineas interiores de las escalas de numeros iguales, y senos se abren, y se ponen en qualquier angulo dado, queda de camino mostrado como las lineas de las escalas de superficies, y solidos se ponen en qualquier angulo no menor, que de 10. grados

grados; y como los margines interiores del pantometra se ponen en qualquier angulo.

2. La escala de numeros iguales hara angulo recto, si el uno de sus lados se pone entre 6, y 8; o si su mitad se pone entre 3, y 4; porque el quadrado de 10, que es 100. iguala la suma de 36, y 64, los quadrados de 6, y 8; y el quadrado de 5 iguala la suma de los quadrados de 4, y 3. Y deste modo tambien la escala de senos queda puesta en angulo recto. Tambien la una, y otra escala de partes iguales, y senos se pone en angulo recto, si la secante de 45. se pone entre 90. y 90; si el seno de 90. se pone entre 45, y 45; o si el seno de 45. se pone entre 30, y 30.

3. Si las mismas escalas se han de abrir a qualquier angulo otro dado; la chorda del arco del angulo dado se pondra entre los extremos del semirradio en la escala de senos, o entre 5, y 5, en la escala de partes iguales, o entre 25. de la escala de superficies, o finalmente entre 125. de la escala de solidos; y assi si pretendo abrir estas escalas a angulo de 40. grados; pongo el seno de 20. entre 30. y 30. de la escala de senos; o entre 5, y 5. de la escala de partes iguales, &c.ª Las mismas escalas de senos, o partes iguales se abren a qualquier angulo dado, si el semirradio se pone entre 30, y el seno de complemento del angulo dado. Y assi el semirradio puesto entre 30, y 50, abre estas escalas a angulo de 40.

Propos. 10.ª Probl. 10.º

Como se reconoce la cantidad del angulo, q̃ los lados del Pantometra abierto, hazen.

Tomo

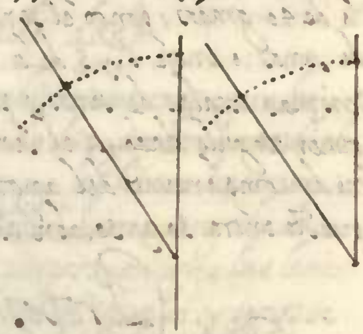
Tome el semirradio entre los pies de un compas, y pues-
to el un pie en 30. grados de la escala de senos, el otro cae-
ra en el seno de complemento del angulo, que los lados des-
ta escala hazen.

2. Tambien la distancia entre 30, y 30 en la escala
de senos reconocida desde el centro de la misma escala, da
ra la mitad del angulo, que sus lados hazen.

Propos. 11.ª Probl. 11.ª

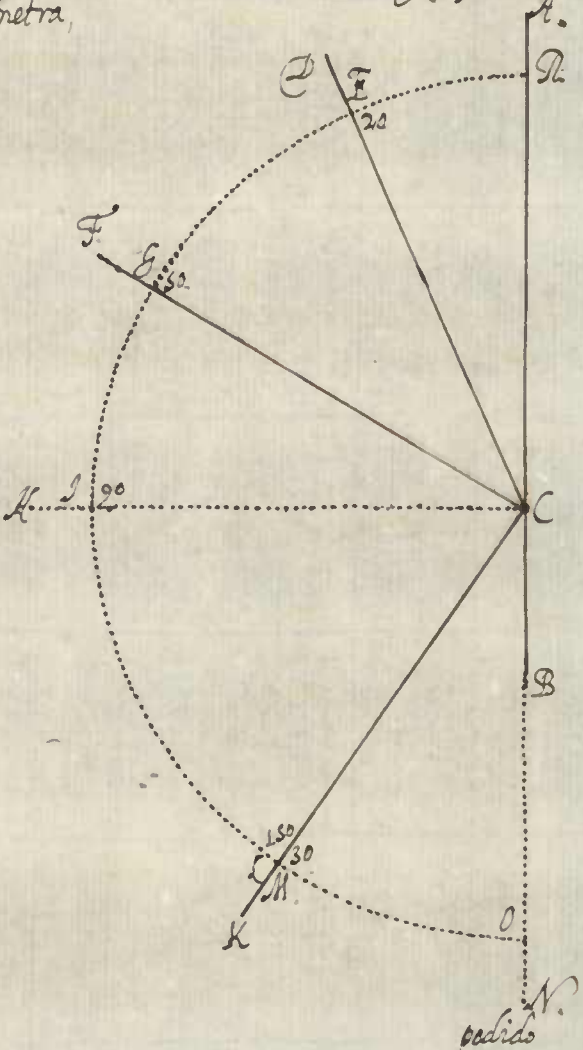
Como en un punto dado de una recta dada se forma un angulo rectilineo igual a otro dado.

Si en un campo se ha de formar en un punto dado de u-
na recta dada un angulo igual con otro dado de cantidad
ygnota de grados; o en qualquier otro plano, que no admite
el exercicio libre de la regla, y compas ordinario, dexan-
do otras praxes necessarias, que a qualquier se offeceran,
la operacion se puede executar applicando el pantometra
al angulo dado de modo que
sus margines interiores se
ajusten con los lados del an-
gulo rectilineo dado; porque
applicando el centro del pan-
tometra assi abierto al pun-
to dado en la recta, y es un
margen a la recta dada, si
se lança otra recta por el otro
margen, el angulo, que se pide quedara formado.



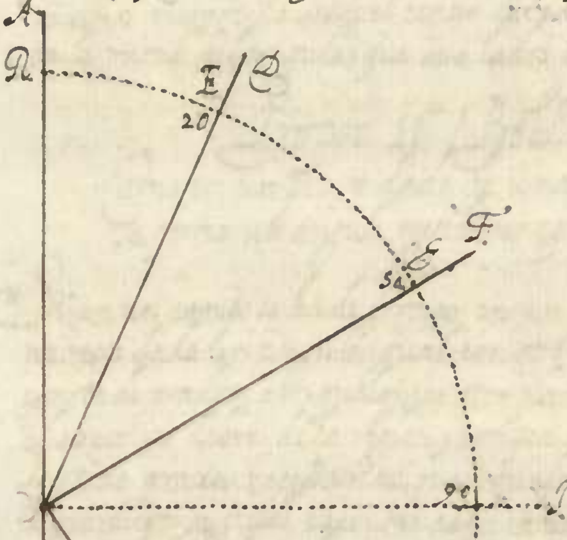
2. Si el angulo, que se pide en esta proposicion es
de

de grados sabidos de 20. de 50, de 150. o de qualquier otro numero de grados dados, y se aya de formar en un papel, o en qualquier otro plano limitado, y ordinario; que admite el exercicio, y uso del compas ordinario, y regla, se puede executar facilmente por la escala de chordas de la regla, que acompaña el pantometra



desta suerte. Sea C, el punto dado en la recta dada A B, y tomando en la escala de chordas el segmen: 60, que contiene y es la subtensa de 60. grados por semediametro describe sobre el punto dado C, como centro un arco oculto R G I L O, hasta semicirculo, si el angulo pedido passa de 90. grados, pero de modo, que corte la recta dada, y continuada, si es necessario. Luego si el angulo

pedido es de 20. grados, tomo en la misma escala el segmen-
to, o chorda de 20. y la applico desde el punto R, en que el
arco descripto corta la recta dada, hasta E, y la recta EC,
hara con AB, el angulo ACD, de 20. grados. Del mismo
modo se forma el angulo ACF, de 50, o qualquier otro, que
no passa de 90. grados. Pero si excede 90. applico la subtensa toda, o la escala de chordas toda desde el mismo principio R, y lançando la recta oculta IC, que termina el quadrante RI, haciendo con AB, en el punto dado C, el angulo recto RCI, de 90. grados; añado los reliquos grados de modo, que si el angulo pedido es de 150. grados, applico desde I, la subtensa de 60, que con 90. hazen 150



150, y lançando la recta K C, formo el angulo pedido A C K, de 150. grados. Puedo tambien executar esta misma operacion haziendo por la otra parte de la recta dada A B, continuada, si fuere necessario, el angulo N C K, de 30. grados, el residuo del pedido de 150. Porque por el mismo caso queda formado el angulo pedido A C K, de 150. grados. Puedo finalmente quando el angulo pedido passa de 90. grados, tomar en la escala la subtença de la mitad, o de la tercera parte de su arco, y duplicando, o triplicando el mismo arco, formar el tal angulo.

3. Si pretendo executar esta operacion por el pantometra, descrivo sobre el punto dado, y con qualquier intervalo un arco, que corte la recta dada, y poniendo el mismo intervalo, o radio entre 30. y 30. de la escala de senos, sera la subtenca de 60. grados 15.4. y conservando el pantometra invariada su abertura, reconoceré la subtença de qualquier arco, o angulo pedido del modo que queda advertido en la propos. 7. §. 3. Y assi en este instrumento deste modo se forma qualquier angulo, aunque obtuso, con una sola operacion.

4. De otro modo executo esta operacion poniendo el centro del pantometra sobre el punto dado, y el un lado de la escala de senos sobre la recta dada en un campo, queriendo formar en ella un angulo de qualquier cantidad de grados dados. Porque si abriendo esta escala en la cantidad del angulo dado por la propos. 9. pongo un baculo en la linea visual, que passe del centro del pantometra por el otro lado de la misma escala, lanço una recta del punto dado por el baculo puesto, y el angulo, que se pide queda

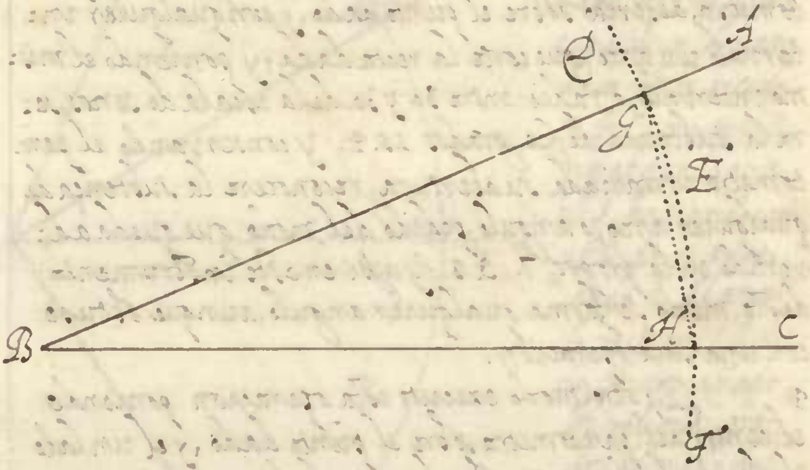
da formado.

Propos. 12. Probl. 12

Como se reconoce la cantidad de un angulo rectilineo dado

1 Esta proposicion es como corolario, o la conversa de la precedente, y se executa por los mismos principios.

2 Sea el angulo dado, y descripto en un papel, A B C, y si quiziero reconocer su cantidad por alguna de las escalas de chordas, tome la chorda de 60 grados entre los



pies de un compas, y poniendo el un pie en el punto angular A, con el otro pie (continuados los lados A B, B C, si es necessario) corto un arco D E F, que corte los mismos lados A B, B C. Porque si reconosco en la misma escala de chordas a G H, la chorda del arco descripto, hallare la cantidad del angulo pedido.

Por

3 Por el Pantometra con el intervalo del semirradio de la escala de senos, como radio, y sobre el centro A, descrivo un arco DEF, que corte los lados AB, BC; y reconociendo a GH la chorda desta arco en la misma escala por lo advertido en la propos. 7. §. 2. Y si no quiero, o no puedo descrivir el tal arco con el intervalo del semirradio, descrivo un arco, que corte los lados con qualquier intervalo, y pongo el tal intervalo, e semediametro entre 30, y 30. de la escala de senos: y luego mido a GH, la chorda del arco descripto, y reconosco el angulo dado por la propos. 7. §. 3.

4 Si el angulo rectilineo dado se halla descripto en un campo, o llano, que no admitta el uso de la regla, y compas ordinario, reconosco su cantidad por el pantometra, poniendo el centro del pantometra sobre el punto angular, y abriendo los lados de la escala de senos, hasta que por medio de las pinulas (de las quales la una se pone en el centro, otra en el extremo de un lado, otra en el extremo del otro lado de la misma regla) reconosco dos baculos, o qualesquier otros dos señales puestos en los lados del angulo dado. Luego reconociendo la cantidad del angulo que los lados de la escala de senos hazen por la propos. 10. hallaré la del angulo dado.

Propos. 13.ª Probl. 13.º

Como se descrive una recta perpendicular a otra dada, y de un punto dado fuera della.

La operacion desta proposicion propo[r]quando el punto dado

dado, y la recta dada coexisten en un plano limitado que admitta el exercicio de la regla, y compas ordinario) se executa por la 12.1. Pero la praxe de la 12.1 necessita de nueva praxe, y direccion, en caso, que el punto dado exista mui cerca de la linea dada, o si cae mui cerca del un extremo de la tal recta, que no se pueda continuar por faltar campo en el plano; o en caso que la misma recta cae tan cerca del extremo del plano, que debaxo della no se pueden crusar dos arcos.

2 Esta pues operacion se executa en un campo, y aun en el papel por medio del pantometra con facilidad. En un papel, o otro plano limitado se executa (no siendo la distancia entre el punto dado, y la recta dada mayor, que la extension del un lado del pantometra) poniendo los margines interiores del Pantometra en angulo recto por la propos. 9. applico el margen interior, o el exterior del un lado del pantometra a la recta dada, y le muevo por ella hasta que el margen interior, o exterior del otro lado toque en el punto dado; porque si continuo por el mismo punto dado, y por el margen, que le toca, una recta hasta la recta dada, sera la recta, que se pide. Y esta praxe sera aun mas expedita, si applico el margen interior del un lado del pantometra a la recta dada, y el margen exterior del otro lado al punto dado continuando una recta por el tal margen exterior hasta la recta dada.

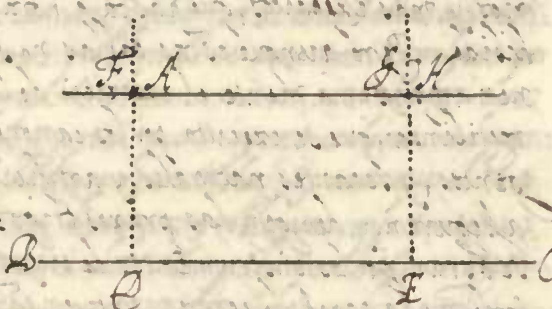
3 Para la execucion de la presente propos. en un campo por el pantometra, se pondra un baculo en el punto dado, y otro en la recta dada: porque si el centro del

del pantometra se pone sobre la recta dada, y puestos los margines interiores del pantometra en angulo recto se descubre por la pinula del un extremo el un baculo, y el otro baculo por la pinula del otro extremo, la recta, que se levantare por el punto dado, hasta el punto de la recta dada, que corresponde, y cae debaxo del centro del pantometra, sera la que se pretende.

Propos. 14ª Probl. 14º.

Como se describe por un punto dado una recta paralela a otra recta dada.

El tercer modo, y praxe desta propos. es la que se sigue. Y aunque se puede executar en un plano limittado que admitte el exercicio de la regla, y compas ordinario; tambien se allana la praxe con que esta propos. se executa por medio del pantometra. Y assi en qualquier plano, que existan el punto dado A, y la recta dada BC, por la praxe de la propos. 13. lanceste del punto dado A, una recta FD, perpendicular a la recta dada BC, y por alguna de las praxes de la propos.: otra recta EG, perpendicular a la misma recta dada BC, de qualquier otro su punto E. Porq si en esta recta perpendicular EG, se toma un segmento



EH

EH, igual con AD, la recta, q.^e se lançare por el punto dado E, y por H, el extremo del segmento cortado EH, sera la parallela, que se pide.

Propos. 15. Probl. 15

Como en qualquier triangulo rectilineo ortogonio se reconoce la cantidad de qualquier de los angulos acutos dada la hypothenusa y el lado oppuesto al angulo pedido.

En el theorema 1. y 3. de la Trigonometria Geometrica Logaritmica en pocas palabras trate larga mente de la dimension del triangulo rectilineo ortogonio, y en los theor. 2. y 4. de la dimension del triangulo rectilineo oblicquiangulo, y recogi en quatro tablas, que accommode en los mismos theoremas todos los problemas, que sus demostraciones goviernan, y son mas en numero, mas varios, y mas expeditos, que hasta a hora otro Autor ha exhibido. Pero aunque estas tablas no sola mente contienen amplissima mente el exercicio de la Trigonometria rectilinea, que se executa por los canones de senos, y tangentes, y secantes naturales, y artificiales; y tambien asseguran, y dirigen las praxes trigonometricas, que se obran por los instrumentos de cuyos usos trato; con todo me ha parescido conveniente en este particular lugar advertir en particulares proposiciones el modo, con que los mismos instrumentos las obran; que es particular, en que el poco exercitado puede hallar difficultades, que en las tales tablas no quedan declaradas.

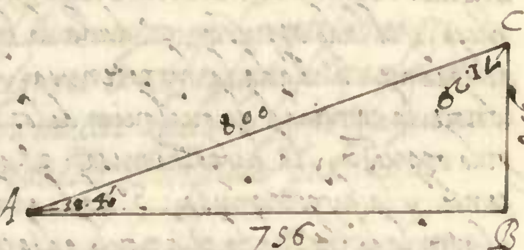
Y

2. Y commençando por la trigonometria del ortogonio rectilineo, advierto, que en la explicacion de la tabla del th. 1º demonstrè, que contiene solos onse problemas diversos. Porque se reconoce la cantidad de qualquier de los angulos acutos del rectilineo ortogonio; 1º dada la hypotenusa, y el lado oppuesto: 2º dada la hypotenusa, y el lado adjacente: 3º dada la hypotenusa, y el otro lado; se reconoce la cantidad de qualquier de los lados; 1º dado el angulo oppuesto, y la hypothenusa: 2º dado el angulo adjacente, y la hypothenusa: 3º dado el angulo oppuesto, y el otro lado: 4º dado el angulo adjacente, y el otro lado: 5º dada la hypotenusa, y el otro lado: se reconoce la cantidad de la hypotenusa; 1º dado el un angulo acuto, y el lado oppuesto: 2º dado el un angulo acuto, y el lado adjacente: 3º dados entrambos los lados: y el exercicio destos onse casos, y problemas por los instrumentos de q.to se exhibirà en onse proposiciones, de que la presente es la 1ª. Y de camino en el fin de todas ellas advertirè como los mismos problemas se executan tambien por la regla, que acompaña el pantometra, aunque los usos desta regla en las operaciones trigonometricas no dependen del theorema dicho, o de su tabla. Y aunque el th. 4 y su tabla contienen diversos problemas, que pertenecen a la trigonometria del triangulo rectilineo ortogonio, no me detenirè en exercitarlos todos en los instrumentos; porque muchos dellos, que son menos necessarios quedaràn faciles advertido el modo de las praxes de los mas importantes; y en acabando con la trigonometria del triangulo rectilineo ortogonio, proseguirè la del obliquangulo.

Por

3. Por el theorema 1º. y su tabla la analogia geo-metrica de la presente proposicion, y problema es la que se sigue dado que el triangulo rectilineo ortogonio sea ABC, y que el angulo pedido es A. y assi siguiendo

AC, BC :: R, sA.
BC, AC :: R, secA.



la direccion de la primera destas dos analogias, 1º. puedo poner el radio del pantometra, que es uno de los lados de la escala de senos entre los extremos de la basis dada AC, que es entre 8. y 8. de la escala de numeros iguales. Porque si la distancia entre 256, y 256, de la misma escala de numeros iguales, que es la distancia de los extremos del lado dado BC, reconociere en la escala de senos desde el centro, me dara el seno del angulo pedido A. 18.40. 2º. puedo poner la hypotenusa dada AC, que es 800. de la escala de numeros iguales entre los extre-mos del radio del pantometra, que es entre 90. y 90. de la escala de senos. Porque si tomo el lado dado BC, que es 256, de la escala de partes iguales, y le pongo en la esca-la de senos paralelo a la hypotenusa, se ajustara con los extremos del seno del angulo pedido A en 18.40. 3º. pue-do poner el lado dado BC. 256, en la escala de numeros iguales entre los extremos de la hypotenusa dada AC 800 porque la distancia entre los extremos del radio reconoci-do desde el centro en la escala de senos, me dara el seno del angulo

angulo pedido A. 18. 40. 4.º Si el lado dado es el mayor de suerte que puede poner la hypothenusa en la escala de numeros yguales entre los extremos del tal lado dado, lo hare, y el radio del pantometra se ajustara entre los extremos del seno del angulo pedido en la escala de senos. De algun destos quatro modos me aprovechare de la analogia entre manos executando el presente problema en el pantometra usando del compas.

4 Pero la regla del pantometra como ultima mente la he hecho venir reformada tiene en el uno de sus margines una recta ygual a un lado de la escala de partes yguales del pantometra, y que tiene las mismas divisiones que el, y assi llamare esta linea la escala de numeros, o partes yguales de la regla. En otro margen esta misma regla tiene una linea de subtenças continuada hasta 160 grados, en que el radio o subtenca de 60 grados es ygual con el semiradio, que es con el seno de 30 en el pantometra. Y assi por medio desta linea de subtenças se puede poner los lados de la escala de senos del pantometra en qualquier angulo pedido, que no exceda 160 grados; poniendo el principio desta linea en 30 del un lado de la escala de senos, y abriendo el pantometra hasta que el grado de 30 del otro lado toque en la misma linea de subtenças en el grado del angulo pedido. De donde tambien se infiere, que con esta misma linea de subtenças se reconoce facil mente la cantidad del angulo, en que los lados de la escala de senos, o los de la escala de partes yguales, hazen en qualquier abertura, que no exceda la tal linea.

5 Entendida la construcion de la linea de partes

yguales

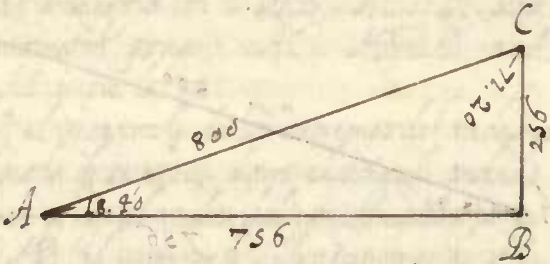
iguales de la regla, facil mente se vee, como por medio de ella sin el uso del compas, se pueden executar los quatro modos del presente problema apuntados en el §. 3. y no lo apunto mas en particular, porque no contiene dificultad alguna.

6 El modo mas propio, con que este mismo problema se executa sin el uso del compas por medio de las lineas advertidas en el §. 4. consiste en poner el principio de la linea de partes iguales de la regla en el extremo del lado dado BC, reconocido en el un lado de la escala de partes iguales del pantometra; y la misma linea en angulo recto con el mismo lado, y abrir el pantometra hasta q la linea de partes iguales de la regla toque en el otro lado de la escala de partes iguales en el extremo de la hypotenusa dada AC, que es en 800. Porque en este caso, el angulo comprehendido de los lados de la escala de partes iguales del pantometra, sera el complemento del pedido CA, que reconocere por la linea de sciotericas ser 71. 20. Y assi, que el angulo pedido CA, es 18.40, como en la misma linea se puede veer, sin ser necessario restar el complemento 71. 20. de 90. grados. 2°. puedo en el caso deste problema reconocer el extremo de la hypothenusa dada AB, en el un lado de la escala de partes iguales del pantometra; y el extremo del lado dado BC, en la linea de partes iguales de la regla, y juntandolos, abrir el pantometra hasta que tocando el principio de la linea de partes iguales en el otro lado de la escala de partes iguales del pantometra, la misma linea, y lado queden en angulo recto. Porque entonces el angulo comprehendido de los lados de la

escala

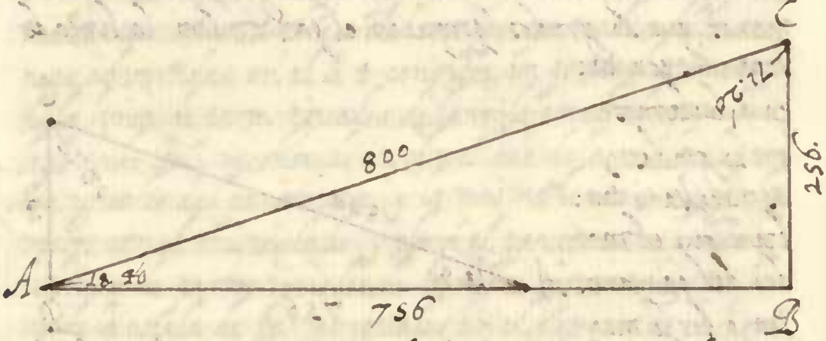
escala de partes iguales, o de la escala de senos (que es lo mismo) sera el angulo pedido A.; y reconocido por la linea de subtensas hallara ser 18. 40.

7 Para que el presente problema se pueda executar por la direccion de la 2ª. analogia BC; AC:: R; secct. es necessario, que el complemento del angulo pedido no sea menos, que 60. grados; porque en el pantometra la linea de secantes comien:
ça á declararse en 60. grados: y es necessario tam:bien, que el radio del pantome:tra, o por lo me:nos la hypothenusa dada se pueda poner en la escala de partes iguales entre los extremos del lado dado. Y assi si conforme el presente problema busco el angulo C, dada C A, y A B, pongo el radio entre los extremos de A B, y el intervalo de los extremos de AC, sera la secante de 18. 40, complemento del angulo pedido C. O pongo la hypothenusa AC. entre los extremos de AB, y el intervalo de los extremos del radio sera como antes 18. 40 el complemento del angulo pedido C.



8 Si pretendo executar el problema entre manos por sola la regla del pantometra, tomo en una recta lançada de la linea de partes iguales del un sa margen el lado dado BC, o le tomo quiça con mas acierto en el petipie de la otra banda de la misma regla. Luego en el un su extremo B, pongo otra recta B A, en angulos rectos. Y que:do

do formar este angulo por la linea de subtenças desta misma regla por la propos. 11. §. 2. y sea la tal recta BA, continuada a plazer. Luego de la misma escala de partes iguales, en que reconoci el lado dado BC, tomo la hypothenusa dada AC, y poniendo el un pie del com:



pas en C, con el otro corto la recta AB, en A. Luego por la propos. 1 y por la escala de cordas reconozco la cantidad del angulo pedido A, y hallare por la propos. 12. §. 2. ser de 18. 40. La demonstracion desta, y seme: jantes operaciones, es facil: por ellas describen exacta, y geometrica mente el triangulo, en que se dan las can: tidades, que infieren otras; y assi en la trigonometria, que se executa por esta regla, siempre se forma triangu: lo; porque la misma fabrica pone el triangulo en la dis: posicion, de que necessita, para que las escalas, o lineas de la misma regla puedan reconocer, y medir las cantida: des pedidas, y ignotas lado, o angulo, &c.

Propos. 16.ª Probl. 16.º

Como en el triangulo rectilineo ortogonio

se

se reconoce un angulo acuto dado el lado adjacente, y la hypothenusa.

Por el theorema 1.º de nuestra Trigonometria rectilinea, y su tabla, las analogias, que gobiernan este problema dado, que el angulo pedido es A, son las siguientes. Y assi si pretendo seguir la direc=
cion de la primera analogia, o = AB . AC :: R . sec A.
obrando por el pantometra, pongo AC . AB :: R . sec A.
la hypothenusa AC, entre los ex=
tremos de AB, y el intervalo de los extremos del radio re=
conocido en la escala de secantes, dara el angulo pedido A. y tambien si pongo el radio del pantometra entre los extremos de AB, el intervalo de los extremos de AC, sera la secante del angulo pedido A.

2 Si pretendo continuar la operacion en el panto=
metra, y aprovecharme de la segunda analogia por medio del compas ordinario, o de la linea de partes iguales de la regla, pondre el radio entre los extremos de la hypothe=
nusa AC, y el intervalo de los extremos del lado dado AB sera el seno de complemento del angulo pedido A: o 2.º pon=
dre la hypothenusa AC, entre los extremos del radio, y AB, el lado dado puesto paralelo a la hypothenusa, dara el seno de complemento del angulo pedido A. 3.º pon=
dre AB, el lado dado entre los extremos de la hypothe=
nusa AC, y el intervalo de los extremos del radio, me dara el seno de complemento del angulo pedido A. 4.º pondre la hypothenusa AC, entre los extremos del lado dado AB, y puesto el radio paralelo a la hypothenusa,

dara

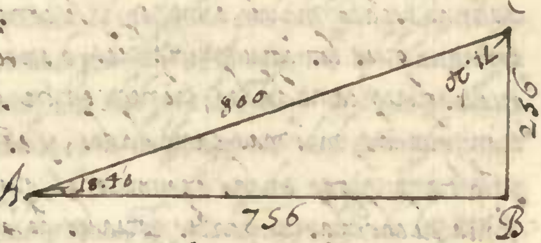
dara en el seno de complemento del angulo pedido A.

3. Si pretendo seguir la direccion de la misma analogia segunda, y obrar por el pantometra, y las lineas de chordas, y partes iguales de la regla; pondré el principio de la linea de partes iguales de la regla en el extremo del lado dado AB, y la misma linea en angulos rectos con la linea interior del lado de la escala de partes iguales, en que AB el lado dado se reconoce; porque si abro el pantometra hasta que la linea de partes iguales de la regla toque en el extremo de la hypothenusa AC, los lados de la escala de partes iguales, o de los senos en el pantometra, contendran el angulo pedido A, que se medirá por la linea de chordas de la regla; o si quisiere, puedo medir el mismo angulo con el compas ordinario por la prop. 10. y basta advertirlo una ves. 2°. puedo poner el extremo del lado dado AB, reconocido en la linea de partes iguales de la regla en el extremo de la hypothenusa AC, reconocida en el un lado de la linea de partes iguales del pantometra, y abrir el pantometra hasta que el principio de la linea de partes iguales de la regla toque en el otro lado de la escala de partes iguales del pantometra (entiendesse siempre en la linea interior del mismo lado, que es el lado verdadero) y la misma linea de partes iguales quede en angulos rectos con el mismo lado; que es quando la recta, que atraviessa la regla al principio de la linea de partes iguales coincide con el lado de la escala de partes iguales del pantometra. Porque entonces los lados de la escala de partes iguales del pantometra, contienen el complemento del angulo pedido; y se medirá como antes, y se reconocerá en la linea de chordas

de

de la regla.

4 Obrando por la regla sin el pantometra, pongo dos rectas en angulo recto en B, de la linea de partes yguales, o del pitipie del otro lado de la regla, tomo en la una AB, el lado dado 756, y tomando en la misma escala la hypothenusa 800. puesto el un pie del compas en el extremo A, y con



el otro pie tomo un punto C en la recta perpendicular BC, y descrivo la recta, y hypotenusa. Luego por la linea de chordas de la regla mido el angulo adyacente al lado dado, que es A, y es el pedido. Advierto 1.º que esta, y semejantes operaciones, para que salgan exactas, si en qualquier escala de partes yguales el numero, o recta tomada es menor de lo que conviene, se puede tomar su multiplice, duplo, triplo, &c. pero si, entonces la cantidad que se busca es lado en la misma escala saldra su equemultiplice. Y si tomada es mayor de lo que conviene se puede por ella tomar su subequemultiplice, mitad, tercera, quarta, quinta parte, &c.ª Y en este caso, si la cantidad pedida es lado, en lugar del saldra su subequemultiplice, mitad, tercera, quarta, quinta parte, &c.ª Pero si la cantidad pedida es angulo, y dos lados son dados, y por el uno se toma su multiplice, o subequemultiplice, tambien por el otro se ha de tomar su equemultiplice, o subequemultiplice, y el angulo pedido saldra en su verdadera, y propria cantidad. Y tambien saldra en su ver:

daderà

dadera, y propria cantidad en caso, que un solo lado es dado, por el qual se toma su multiplice, o subequemultiplice, y el angulo, o angulos dados se toman en su propria cantidad. Porque tomar por un lado, o dos, o tres lados dados sus equemultiplices, o subequemultiplices, es solo usar de escala mayor, o menor, y se conserva la misma proporcion: pues los equemultiplices, o subequemultiplices de qualesquier cantidades, tienen entre si la misma proporcion, que las mismas cantidades, y esta advertencia no solo tiene lugar en las operaciones, que se executan por la linea de chordas, y partes yguales de la regla, sino tambien en qualesquier otras trigonometricas executadas por qualquier otro instrumento, o por los canones de senos, tangentes, o secantes; o de qualquier otro modo. Sirva pues de documento general.

Propos. 17. Probl. 17.

Como se reconoce en el triangulo rectilineo ortogonio qualquier angulo dados los dos lados.

Las analogias, que governan este problema por el th. 1.º y su tabla en la nuestra Trigonometria rectilinea, son las siguientes dado, que el angulo pedido es A. Y assi tomando por solo el pantometra, pongo el lado opuesto BC, entre los terminos del adjacente AB, y el intervalo de los terminos del radio, sera la tangente del angulo pedido. 2.º modo pongo el radio entre los terminos del lado adjacente, y el intervalo de los terminos del lado

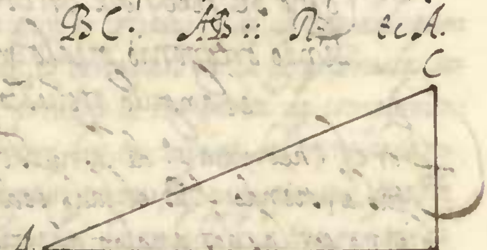
opuesto

oppuesto, sera la tangente del angulo pedido. Deste modo se obra por la primera analogia con el ayuda del compas ordinario, o de la linea de partes iguales de la regla.

2. Puede acontecer, que la operacion no succeda por la 1.ª analogia, que sera en caso, que la tangente del pantometra no llega a medir el angulo pedido: en el qual caso se obrara por la analogia 2.ª 1.º poniendo el lado adjacente entre los terminos del oppuesto, y el intervalo de los terminos del radio, sera la tangente del complemento del angulo pedido. 2.º modo. El radio se pondra entre los terminos del lado oppuesto; y el intervalo de los terminos del lado adjacente sera la tangente de complemento del angulo pedido.

3. Obrando por las lineas de partes iguales, y de las chordas de la regla, se lançaran dos rectas AB, BC en angulos rectos, de que la una AB, por la linea de partes iguales sera igual con el un lado dado, y la otra BC igual con el otro lado. Y lançando la hypothenusa AC, se medira por la linea de chordas el angulo pedido cA. Y del mismo modo se obra por la linea de partes iguales, y lineas de chordas del radio.

AB ; BC :: R ; tA.
BC . AB :: R . tcA.



4. Obrando de otro modo este mismo problema por las lineas de partes iguales, y chordas de la regla, se pondra

dra el principio de la linea de partes iguales en el un lado de la escala de partes iguales del pantometra, y en el termino del un lado dado, y la misma linea, y lado en angulos rectos: y abriendo el pantometra hasta que el extremo del otro lado dado toque el otro lado de la escala de partes iguales del pantometra. Porque el angulo contenido de los lados de la escala de partes iguales del pantometra, sera el un lado acuto, o el pedido, o su complemento y para que sea el pedido es necessario, que el lado dado su adjacente se ponga, o se reconosca en la escala de partes iguales del pantometra, y el oppuesto en la linea de partes iguales de la regla. Y el tal angulo se medira por la escala de chordas, como en la propos. 15. §. 4. queda advertido.

Propos. 18.ª Probl. 18.º

Como se reconoce en el triangulo rectilineo ortogonio qualquier su lado dado el angulo oppuesto, y la hypotenusa.

Por el theorema 1.º de la nuestra Trigonometria, y su tabla, siendo AB el lado pedido, este problema se gobierna por las dos analogias, que se siguen, y que solas apunto; porque aunque la tabla contiene otras dos, son poco accommodadas al exercicio de los instrumentos, q trato por usar de secantes. Y assi quien no se contentare con estas dos, puede buscar las otras en la tabla apuntada

$R; \quad sC :: AC; \quad AB.$

$tcC; \quad scC :: AC; \quad AB.$

da.

2. Obrando por el pantometra, pondré el seno del angulo opuesto entre los terminos del radio, y la distancia de los terminos de la hypothenusa reconocida en la escala de partes iguales dará el lado pedido. o 2º. pondré el radio entre los numeros del seno del angulo opuesto, y la hypothenusa puesta en la escala de partes iguales paralela al radio, apuntará el lado pedido. O 3º. pondré la hypothenusa entre los terminos del radio, y el intervalo del seno del angulo opuesto, será el lado pedido. O 4º. pondré el radio entre los terminos de la hypotenusa, y el seno del angulo opuesto, puesto paralelo al radio en la escala de partes iguales, dará el lado pedido.

3. Obrando tambien por el pantometra, y por la direccion de la segunda analogia, pondré el seno de complemento del angulo opuesto entre los terminos de la tangente de complemento del mismo angulo, puesta primero en entrambos los lados de la escala de partes iguales, o de senos del pantometra; y el intervalo de los terminos de la hypotenusa, será el lado pedido; o 2º. pondré la tangente de complemento del angulo opuesto entre los terminos del seno de complemento del mismo angulo; porque la hypotenusa puesta en la escala de partes iguales paralela a la tangente de complemento, apuntará el lado pedido: o 3º. puesta la tangente de complemento del angulo opuesto en los lados de la escala de senos, o partes iguales, y la hypotenusa entre sus terminos: el intervalo de los terminos del seno de complemento del mismo angulo dará el lado pedido. O 4º. puesta la tangente de complemento del angulo opuesto entre los terminos

minos de la hypothenusa, si el seno de complemento del mismo angulo se pone en la escala de partes iguales paralelo a la tangente de complemento, apuntara el lado pedido.

4 Obrando por las lineas de partes iguales, y cordas de la regla applicadas al pantometra, pondre por la linea de cordas los lados de la escala de partes iguales del pantometra en el angulo oppuesto dado. Porque si pongo el principio de la linea de partes iguales de la regla en el un lado de la tal escala, y muevo la misma linea siempre perpendicular al mismo lado hasta que toque en el extremo de la hypotenusa; su segmento interpuesto entre los lados de la escala de partes iguales del pantometra, sera el lado pedido.

5. Obrando por las mismas lineas de la regla sin el ayuda del pantometra descrevire dos rectas por la linea de cordas; que contengan el angulo dado: y por la linea de partes iguales tomare en la una un segmento igual con la hypotenusa dada, y del extremo desta hypotenusa descrevire una recta perpendicular a la otra; porque esta recta perpendicular reconocida en la linea de partes iguales me dara el lado pedido.

Propos. 19.ª Probl. 19.º

Como se reconoce en el triangulo rectilineo ortogonio qualquier su lado, dado el angulo adjacente, y la hypothenusa.

Por el theorema 1.º y la tabla 1.ª de nuestra Trigonome-

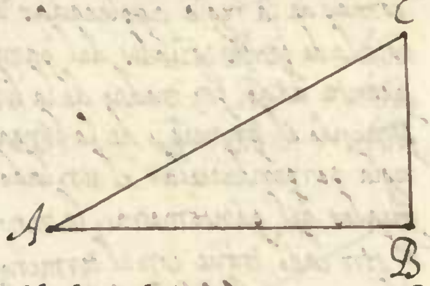
tria

tria rectilinea, siendo el lado pedido AB, las analogias mas accommodadas al uso de los instrumentos, de que trato, son las que se siguen: y assi

2. Obrando por el pantometra, y la primera analogia pondre el seno de complemento del angulo adjacente entre los terminos del radio, y el intervalo de los terminos de la hypotenusa sera el lado pedido. O 2º. puesto el radio entre los terminos del seno de complemento del angulo adjacente; si accommodo la hypotenusa entre la escala de partes iguales paralela al radio; apuntara el lado pedido. O 3º. puesta la hypotenusa entre los terminos del radio, el intervalo de los terminos del seno de complemento del angulo adjacente dara el lado pedido. O 4º. si pongo el radio entre los terminos de la hypotenusa; y llevo el seno de complemento del angulo adjacente paralelo al radio, apuntara el lado pedido en la escala de partes iguales.

R ; scA :: AC ; AB.

tA ; sA :: AC ; AB.



3. Obrando por el pantometra, y la segunda analogia, puesto el seno entre los terminos de la tangente del angulo adjacente, el intervalo de los terminos de la hypotenusa sera el lado pedido. O 2º. puesta la tangente entre los terminos del seno del angulo adjacente, la hypotenusa llevada paralela a la tangente apuntara el lado pedido en la escala de partes iguales. O 3º. puesta la hypotenusa entre los terminos

minos de la tangente del angulo adjacente reconocida en los lados de la escala de partes iguales, o senos, el intervalo de los terminos del angulo adjacente dara el lado pedido. O 4.º puesta la tangente del angulo adjacente entre los terminos de la hypotenusa, el seno del mismo angulo llevado paralelo a la tangente apuntara en la escala de partes iguales el lado pedido.

4. Obrando por las lineas de partes iguales, y cordas de la regla applicadas al pantometra, abrira la escala de partes iguales del pantometra en el angulo adjacente dado por medio de la linea de cordas de la regla. Y poniendo el principio de la linea de partes iguales de la regla perpendicular al un lado de la escala de partes iguales del pantometra, la movera sobre el hasta, que en el otro lado toque con el termino de la hypotenusa. Porq el segmento del lado de la escala de partes iguales del pantometra entre el centro, y la linea de partes iguales de la regla, sera el lado pedido.

5. Obrando por las lineas de partes iguales de la regla sin el pantometra, se pondran dos lineas AC, AB, en el angulo dado A, y en la una se tomara un segmento AC igual a la hypothenusa por la linea de partes iguales, y de su extremo C se descrevira una recta perpendicular a la otra AB, como CB, la qual cortara AB, el lado pedido, y se reconocera en la misma linea de partes iguales.

Propos. 20ª. Probl. 20.

Como en el triangulo rectilineo ortogonio se reconoce qualquier su lado, dado el angu-

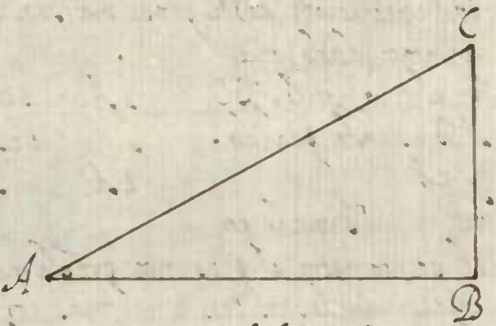
lo

lo opuesto, y el otro lado.

Por la tabla del theorema 1.º de nuestra Trigonometria las tres analogias, que son mas accommodadas para los usos de los instrumentos, siendo el lado pedido AB, son las siguientes. Y assi

2. Obrando por el pantometra, y qualquier destas analogias, la operacion se puede variar por quatro modos diversos, como consta del problema precedente, sin que la execucion desto tenga en el pantometra nueva dessficultad digna de advertencia.

sc C ; s C :: BC ; AB.
R ; t C :: BC ; AB.
tc C ; R :: BC ; AB.



3. Obrando por las lineas de partes iguales, y cordas de la regla applicadas al pantometra, se pondran los lados de la escala de partes iguales del pantometra en el angulo dado por la linea de cordas de la regla; y la linea de partes iguales de la regla en angulos rectos con el un lado de la escala de partes iguales del pantometra sobre el extremo del lado dado. Porque el segmento de la linea de partes iguales de la regla comprehendido entre los lados de la escala de partes iguales del pantometra, sera el lado pedido

4. Obrando por la regla sin pantometra se pondran

dos

dos rectas AB, AC, en el angulo dado, y sobre B, el extremo del lado dado se levantara una recta BC, en angulos rectos, hasta encontrarse en la hypotenusa AC, y sera el lado pedido.

Propos. 21ª. Probl. 21º.

Como en el triangulo rectilineo ortogonio se reconoce un lado dado el angulo adjacente, y el otro lado.

Por el theorema 1º. de nuestra Trigonometria, y su tabla, las analogias mas accommodadas a la instrumental execucion deste problema, son las tres que aqui se apuntan, dado, que

en el triangulo ABC	sA.	scA ::	BC;	AB.
AB, es lado pedido.	R;	tcA ::	BC;	AB.
y assi	tA;	R ::	BC;	AB.

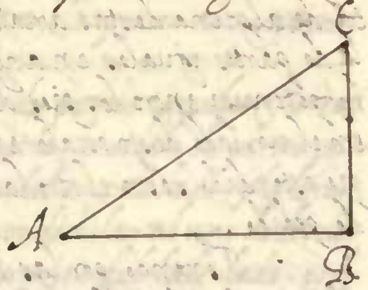
2. Obrando por el pantometra, el presente problema se encamina, por qualquier destas tres analogias con las variedades; y por los modos advertidos en los precedentes.

3. Obrando por las lineas de partes iguales, y cordas de la regla applicada al pantometra, la escala de partes iguales del pantometra se pondra en el angulo dado, y la linea de partes iguales se llevara en angulos rectos sobre el un lado de la escala de partes iguales del pantometra, hasta que el lado dado quede intercepto entre entrambos los lados de la misma escala: Porque en tal evento descançara en el extremo del lado pedido, en el lado

de

de la escala de partes iguales, con que haze angulos rectos.

2. Obrando por la regla en el pantometra, se ponderan dos rectas AC, BC en el angulo del complemento del angulo dado, y en la una BC, se tomara un segmento B, igual con el lado dado, sobre cuyo termino B, se pondra otra AB, en angulos rectos continuada hasta que encuentre en la hypotenusa AC, y sera el lado pedido.



Propos. 22.ª Probl. 22.º

Como en el triangulo rectilineo ortogonio se reconoce el un lado dada la hypotenusa, y el otro lado.

Por el theorema 1.º de nuestra Trigonometria, y su tabla la execucion del presente problema se gobierna por las analogias, que aqui arguyo, dado, que en el triangulo ABC, AB, es el lado pedido. Todas ellas son practicables por el pantometra. El modo consta por las praxes de las proposiciones precedentes.

$$AC ; BC :: R ; sA.$$
$$R ; scA :: AC ; AB.$$
$$R ; tA :: BC ; AB.$$

$$BC ; AC :: R ; secC.$$
$$R ; tC :: BC ; AB.$$
$$R ; sC :: AC ; AB.$$

$$AC+BC ; AB :: AB ; AC-BC.$$

2. Con todo obrando por

$$\mathfrak{z}AC - \mathfrak{z}BC = \mathfrak{z}AB$$

al

el pantometra, la execucion mas facil, y que no necesita de alguna destas analogias consiste en abrir la escala de partes iguales en angulo recto; porque si tomada la hypotenusa entre los pies de un compas se pone el un pie en el un lado desta escala en el extremo del lado dado, el otro pie estendido sobre el otro lado, apuntara el termino del lado pedido.

3. Obrando por las lineas de partes iguales, y cordas applicadas al pantometra, pondre la linea de partes iguales perpendicular al un lado de la escala de partes iguales del pantometra; y abriendo el pantometra hasta que la linea de partes iguales toque en el termino de la hypotenusa, hallare el lado dado entre los lados de la escala.

4. Obrando por las mismas lineas de la regla sin el pantometra, pondre dos rectas AB, BC en angulos rectos, y en A, el termino del lado dado pondre el un pie del compas, que contiene la hypotenusa, y con el otro cortare el tercer lado BC, y la tal recta BC, sera el lado pedido.

Propos. 23.ª Probl. 23.º

Como en el triangulo rectilineo ortogonio se reconoce la hypotenusa dado el un angulo acuto, y el lado opuesto.

Por el theorema 1.º de nuestra Trigonometria, y su tabla, las analogias mas accommodadas, que encaminan el presente problema son las que aqui apunto, siendo en el triangulo ABC, el angulo

sC; R :: AB; AC.

scC; ccC :: AB; AC.

dado

dado. Y assi

2 Obrando por el pantometra, la praxe no necessita de nueva advertencia.

3. Obrando por las lineas de partes yguales, y cordas de la regla applicada al pantometra, la escala de partes yguales se pondra en el complemento del angulo dado, y la linea de partes yguales de la regla perpendicular al uno de los lados de la misma escala en el termino del lado dado, porq el punto, que tocare en el otro lado, es el termino de la hypotenusa pedida.

Obrando por la regla sin el pantometra, se pondran dos rectas en el complemento del angulo dado, y tomando en la una el lado dado, en su termino se levantara una perpendicular, que cortara en la otra recta la hypotenusa pedida

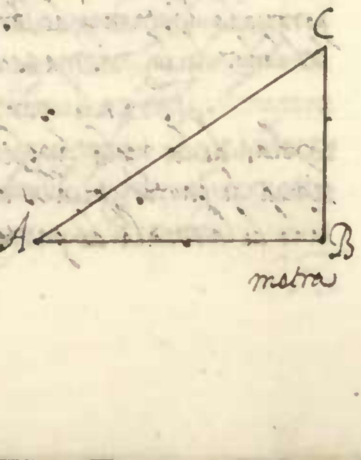
Propos. 24.ª Probl. 24.º

Como en el triangulo rectilineo ortogonio se reconoce la hypotenusa dado un angulo acuto, y el lado adjacente.

Por el theorema 1.º de nuestra Trigonometria, y su tabla, las analogias mas accommodadas que goviernan este problema siendo en el ortogonio ABC, A, el angulo dado, son las que aqui apunto. Y assi

sc.A; R :: AB; AC.

s.A; t.A :: AB; AC.



2. Obrando por el pantometra

metra la praxe deste problema, no necessita de nueva advertencia.

2. Obrando por las lineas de partes iguales, y cordas de la regla applicadas al pantometra, pongo la escala de partes iguales en el angulo dado, y la linea de partes iguales perpendicular al un lado en el termino del lado dado; porque el punto del otro lado de la escala, que tocara sera la hypotenusa pedida.

3. Obrando por la regla sin el pantometra, pondre dos rectas en el angulo dado, y tomando en la una el lado dado en su termino, levantare una recta perpendicular, q̃ cortara en la otra la hypotenusa pedida.

Propos. 25.ª Probl. 25.º

Como en el triangulo rectilineo ortogonio se reconoce la hypotenusa dados los dos lados.

En la tabla del theorema 2.º de nuestra Trigonometria se pueden ver otras analogias, que encaminan la praxe deste problema. Apunto las mas faciles, y con que se executa sin nueva advertencia en el pantometra.

2. Y assi en el se executa brevemente poniendo los lados de la escala de partes iguales en el angulo recto; porque la distancia de los terminos de los lados dados en los lados de la misma escala, es la hypotenusa pedida.

3 Obrando por las lineas de partes iguales, y cordas de la regla applicada al pantometra, pondre la linea de partes iguales de la regla perpendicular al un lado de la escala de partes iguales del pantometra en

el

el termino del un lado, y abrirè el pantometra, hasta que en la linea de partes iguales el termino del otro lado dado toque en el otro lado de la escala de partes iguales del pantometra, porque tocara en el termino de la hypotenusa pedida.

4. Obrando por la misma regla, y lineas sin el pantometra, tomarè en dos rectas puestas en angulos rectos los lados dados; porque el intervalo de sus terminos, sera la hypotenusa pedida.

Propos. 26.ª Probl. 26.º

Como en el triangulo rectilineo ortogonio dadas dos qualesquier partes, y el angulo recto; se reconocen las reliquias partes todas.

Este problema se executa por las lineas de partes iguales, y cordas de la regla applicada al pantometra, o sin el pantometra, como consta de las proposiciones precedentes 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25: porque executada la operacion de qualquier destas proposiciones por las lineas dichas, y reconocida la parte, què la tal proposicion pide; todas las reliquias partes tambien se descubren sin nueva fabrica, pues en la fabrica, què cada qual destas proposiciones executa, queda formado un triangulo ortogonio rectilineo en todo semejante al triangulo supuesto, y en que todas las partes no dadas facil mente o se infieren de la que se reconocio se miden por la linea de partes iguales, ó cordas.

Este es el privilegio de las trigonometricas operaciones, que esta regla executa, y es sin duda privilegio de mucha estima, y tratando de la trigonometria spherica, que esta regla tambien practica, advertire otro privilegio, y perfecion poco inferior a este mismo, para que se entienda quantas excelencias se contienen en un instrumentico tan facil, y llano, como es la regla de que trato; porque obra todas estas lindecas applicada al pantometra; tambien las obra sin el.

Propos. 27. Probl. 27.

Como en el triangulo rectilineo obliquangulo se reconoce un su angulo dado el lado, que le subtende, otro angulo, y el lado, q le subtende.

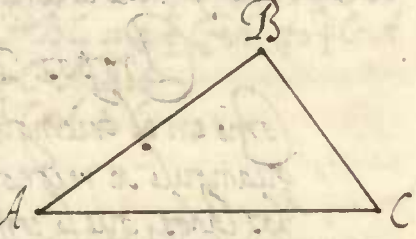
En la explicacion de los problemas de la tabla del ch. 2.° de nuestra Trigonometria demonstre, que todos los problemas, y casos incidentes en la dimension de los angulos, y lados del triangulo rectilineo obliquangulo, y que se gobiernan por el mismo theor. 2.° son solos 7. a que los demas possibles, y practicables se redusen. Y assi conforme esta trigonometria se reconoce un angulo en el obliquangulo 1.° dado el lado, que le subtende, otro angulo, y el lado, que le subtende: 2.° dados los lados, que le comprehenden, y el uno de los reliquos angulos: 3.° dado otro angulo, y los lados, que le comprehenden; 4.° dados todos los tres lados. Reconoce un lado 1.° dado el angulo, que subtende, otro lado, y el angulo, que

subtende

subtende: 2º dados los obliquos dos lados, y el angulo, que el uno dellos subtende: 3º dados los otros dos lados, y el angulo, que comprehenden. Estos son los casos, y problemas de que pretendo tratar en las siguientes proposiciones, y son los mas ordinarios, y frequentes; y despues dire dos palabras de las areas de entrambos triangulos orthogonio, y obliquangulo, dexando otros muchos casos, q̃ se pueden ver en las tablas de los theor. 3º y 4º: porque o son mui raros, y poco necessarios, o poco practicables en instrumentos. Y de las praxes entre manos, sus execuciones quedaran bastante mente declaradas.

2. Luego por el theor. 2º y su tabla, la analogia mas accommodada para la direccion del problema presente dado, que en el triangulo obliquangulo ABC, el angulo pedido es A; es la que aqui se apunta. Y assi su execucion, y sus modos de variedad por el pantometra, no necessita de nueva advertencia mas de las que hartas vezes inculque en las proposiciones precedentes.

AB. — BC :: sC. — sA.



3. Operando por las lineas de partes iguales, y cordas de la regla applicada al pantometra, este problema no se executa en menos que dos operaciones, y del modo que se executa, se puede practicar en el pantometra sola sin el ayuda de la regla. Y assi pongo los lados de la escala de partes iguales del pantometra en el angulo dado C

por

por la linea de cordas, y pongo el principio de la linea de partes iguales en el extremo del lado dado BC, que subtende el angulo pedido (reconocido en el un lado de la escala de partes iguales) y el extremo del otro lado AB (reconocido en la linea de partes iguales) en el otro lado de la escala de partes iguales; porque tocara en el extremo del tercer lado AC. Reconocidos luego AB, AC en los lados de la escala de partes iguales, pongo BC, reconocido en la linea de partes iguales entre sus extremos. Porque los lados de la escala contendran el angulo pedido A, que medire por la linea de cordas.

2. Obrando por la misma regla sin el pantometra pongo dos rectas BC, AC, en el angulo dado C. y en el extremo de BC, que es el B, poniendo el un pie del compas abierto en la cantidad de AB, con el otro pie corto la recta AC, y mido el angulo pedido A.

Propos. 28.ª Probl. 28.º

Como en el triangulo rectilineo obliquangulo se reconoce un angulo dados los lados, que le comprehenden, y el uno de los reliquos angulos.

Por el theorema 2.º de nuestra Trigonometria, y su tabla dado, que en el triangulo obliquangulo ABC, el angulo pedido es A, la analogia, que gobierna este problema, es la que aqui se apunta. Ni esta analogia infiere immediatamente el angulo pedido, sino el otro ter- AB; AC :: sC; sB
cer

cero angulo: y porque dado el un angulo, y reconocido otro al tercero pedido no se puede ignorar, por la 31. 1. La operacion deste problema bien entendida es la misma, que la del precedente; y assi admitte la misma praxe.

Propos. 29.ª Probl. 29.º

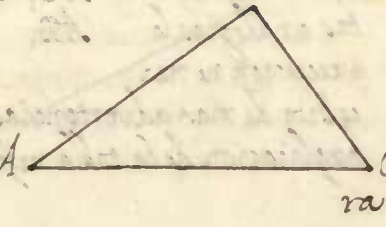
Como en el triangulo rectilineo obliquangulo se reconoce un angulo dado otro, y los lados, que le contienen.

Por el theorema 2.º de nuestra Trigonometria, y su tabla dado, que en el triangulo obliquangulo ABC; A, es el angulo pedido, y B, el angulo dado, las analogias, y direccion deste problema, es como aqui se ajunta. Y assi la praxe deste problema conforme estas analogias por el pantometra no necessita de nueva advertencia

$$AC+BC;\ AC-BC :: t\tfrac{1}{2}C+A;\ t\tfrac{1}{2}C-A.$$
$$AC-BC;\ AC+BC :: t\tfrac{1}{2}C+A;\ t\tfrac{1}{2}C-A.$$
$$\tfrac{1}{2}C+A - \tfrac{1}{2}C-A = A.$$
$$\tfrac{1}{2}C+A + \tfrac{1}{2}C-A = C.$$

2. Con el pantometra se executa este problema con mucha facilidad, aunque por dos operaciones deste modo

Puestos los lados de la escala de partes iguales en el angulo dado, el intervalo de los extremos de los lados dados reconocidos en los lados de la misma escala, se-



ra

ra el tercer lado. Y reconocidos ya los tres lados se pondran dos dellos en los lados de la escala de partes iguales; y el tercero, que subtende el angulo pedido entre los terminos de los otros dos: porque el angulo pedido sera el que los lados de la escala contienen.

3. Obrando por las lineas de partes iguales, y cordas applicadas al pantometra este problema se executa del modo, que del §. precedente se puede inferir.

4. Obrando por las lineas de partes iguales, y cordas de la misma regla sin el pantometra, se pondran dos rectas en el angulo dado, y lançando otra recta por los extremos de los lados dados, sera el tercer lado, con que el angulo pedido se mide facil mente

Propos. 30ª. Probl. 30º.

Como en el triangulo rectilineo obliquangulo se reconoce un angulo dados los tres lados.

Por el theorema 2º. de nuestra Trigonometria, y su tabla dado, que en el triangulo obliquangulo ABC, el angulo pedido es A; las analogias, que gobiernan este problema, son las que aqui se apuntan. Y assi obrando por el pantometra por la direccion destas analogias, la execucion no necessita de mas advertencias, que las que se hallan en la explicacion de la tabla referida, que se pueden veer.

$$AC;\ AB+BC :: AB-BC;\ C-c$$
$$AB;\ \quad C :: R;\ \quad sc A.$$

Pero

2. Pero obrando por el pantometra, este problema se puede executar mas breve mente poniendo el lado, que subtende el angulo pedido entre los terminos de los otros dos en la escala de partes iguales. Porque los lados de la misma escala contendran el angulo pedido.

3 Del mismo modo este problema se puede executar obrando por las lineas de partes iguales, y cordas de la regla applicada al pantometra.

4. Obrando por las mismas lineas, y regla, la praxe es tan facil, y llana, que es lastima advertirla.

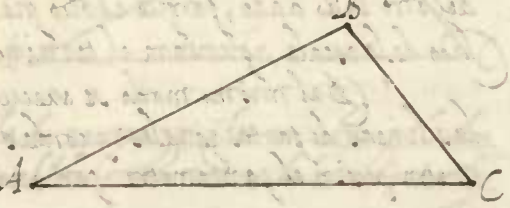
Propos. 31.ª Probl. 31.º

Como en el triangulo rectilineo obliquangulo se reconoce un lado dado el angulo que subtende, otro lado, y el angulo, que subtende.

Por el theorema 2.º de nuestra Trigonometria, y su tabla dado, que en el triangulo ABC, el lado pedido es AB, y el lado dado AC, la analogia, que con mas facilidad gobierna este problema, es la que aqui se apunta. Y assi su execucion por pantometra, no necessita de nueva direccion mas, que las apuntadas en la explicacion de la tabla referida.

$sB ; sC :: AC ; AB.$

2. Esta operacion, y problema no tiene particular execu- cion



cion por las lineas de partes iguales, y cordas de la regla applicada al pantometra; pero sin el pantometra se executa facil mente por las mismas lineas. Porque dados dos angulos el tercero no se puede ygnorar por la 32. 1. Luego si sobre los terminos del lado dado se forman los dos angulos adjacentes, los reliquos dos lados facil mente se miden.

Propos. 32ª Probl. 32º

Como en el triangulo rectilineo obliquangulo se reconoce un lado dados los reliquos dos lados, y el angulo, que el uno dellos subtende.

Por el theorema 2º de nuestra Trigonometria, y su tabla siendo el triangulo obliquangulo ABC, AB, el lado pedido, y el angulo dado B, las analogias, que gobiernan el presente problema son las que aqui se apuntan, y no tienen dificultad en la direccion del pantometra.

del pantometra.	AC; BC :: sB; sA.
2. Pero sin el pantometra	sB; sC :: AC; AB.
se executa con mas brevidad, si	sA; sC :: BC; AB.

puesta la escala de partes iguales en el angulo dado se toma el un lado dado con el compas, y se pone el un pie en el un lado de la escala en el termino del otro lado dado, porque el otro pie estendido para el otro lado de la escala, apuntara el termino del lado pedido.

Del mismo modo se executa este problema por las lineas de partes iguales, y cordas applicadas al pantometra, y sin el pantometra poniendo dos rectas en el angulo

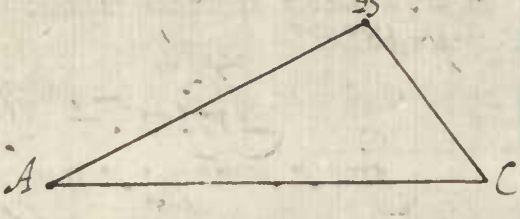
gulo dado, y en el termino del un lado dado reconocido en la una de las tales rectas, poniendo el un pie del compas, q̃ comprehende el otro lado dado: porque el otro pie cortando la otra recta, dexara en ella un segmento igual con el lado pedido.

Propos. 33.ª Probl. 33.º

Como en el triangulo rectilineo obliquangulo se reconoce un lado dados los reliquos dos y el angulo, que comprehenden.

Por el theorema 2.º de nuestra Trigonometria, y su tabla, dado, que el lado pedido es AB, en el triangulo ABC, las analogias deste problema son las que aqui se ajuntan, y son la direccion, q su execucion requiere en el pantometra, gramelogia, y radio.

$$AC+BC;\ AC-BC :: t\tfrac{1}{2}B+A;\ t\tfrac{1}{2}B-A$$
$$AC-BC;\ AC+BC :: t\tfrac{1}{2}B+A;\ t\tfrac{1}{2}B-A.$$
$$\tfrac{1}{2}B+A + \tfrac{1}{2}B-A = B.$$
$$\tfrac{1}{2}B+A - \tfrac{1}{2}B-A = A.$$
$$sB;\ sC :: AC;\ AB.$$
$$sA;\ sC :: BC;\ AB$$



Pero en el pantometra se executa mas breve, y facil mente poniendo los lados de la escala de partes iguales en el angulo dado. Porque el intervalo de los terminos de los mismos lados

dos reconocidos en los lados de la misma escala, es el lado pedido.

3. Del mismo modo se executa por las lineas de partes yguales, y cordas de la regla applicada al pantometra. Y sin el pantometra poniendo dos rectas en el angulo dado por la linea de cordas, y por la de partes iguales reconocienao los terminos de los lados dados en las mismas rectas; porque la recta, que mide el intervalo de los extremos de los tales lados reconocida en la linea de partes yguales, muestra la cantidad del lado pedido.

En los precedentes 18. ultimos problemas se halla apuntado el insigne uso de los instrumentos, de que trato en la dimension de los lados, y angulos del triangulo rectilineo ortogonio, y obliquiangulo, que propriamente pertenece a la trigonometria rectilinea. Quien desea mayores curiosidades, puede aprovecharse de los theoremas 3. y 4. de nuestra Trigonometria; que despues en lugar mas proprio nos acudiran con la direccion necessaria para la dimension del plano, o area de qualquier triangulo rectilineo, para el reconocimiento de su altura, del radio, del circulo inscripto, circunscripto, &c.

Propos. 34.ª Probl. 34.º

Como se soman, y se multiplican lineas de la misma especie.

Lineas de especie diversa son rectas, y corvas, ni es posible

sible linea, que no sea recta, o corva. Pero aunque todas las corvas son de especie diversa de las rectas, y en esto convie-nen; no son todas de la misma especie; quales son lineas circulares, las elipticas, las conicas, las parabolicas, las hy-perbolicas, las espirales; &c.ª Tratare sola mente de las rectas, que son de la misma especie todas, y de las circula-res, que tambien son entre si todas de la misma especie, porque son las que admiten facil, y util addicion, y multi-plicacion.

2. Juntar en una suma dos, tres, o mas lineas rec-tas, no es otra cosa mas, que transferilas todas a una recta infinita, lo qual se executa facil mente en un papel, o pla-no limitado, por medio de la regla, y compas ordinario, o con el ayuda de la linea de partes iguales de la regla del pantometra, o por la escala de partes iguales del pantome-tra.

Porque la multiplicacion es una compendio-sa addicion; multiplicar una linea por otra, que la con-tiene algunas veses, o por el numero, que representa la pro-porcion, que con ella tiene; consiste en acressentar a la linea dada la misma linea tantas veses, quantas son las uni-dades del tal numero. Y para que se advierta como esta operacion se puede executar con brevidad, aunque no tie-ne mucho misterio: sea A, la linea recta que se aya de

multiplicar por 35. en una recta infinita BC; pongo en 5, ou 10. veses hasta BD; luego duplico BD, continuan-dola

dola por E, hasta F; y final mente añado F G, sinco ve:ses A, de B D; y la recta B G, sera A, multiplicado por 35. Por la escala de partes yguales del pantometra se facili:ta esta operacion; poniendo A, la recta dada entre 1, y 1, desta escala; porque el intervalo entre 2, y 2, sera la mis:ma recta multiplicada por 2: el intervalo entre 3, y 3, la misma recta multiplicada por 3. Y assi a delante hasta 10. Y si el multiplicante es mayor, que 10. despues de aver puesta la recta dada entre 1, y 1, pongo el intervalo entre 10, y 10 (que es la recta dada multiplicada por 10. en:tre 1, y 1) y assi hallare el producto de qualquier multipli:cante, que no excede a 100. y si passa de 100. pongo el inter:valo entre 10, y 10 (que es ya la recta dada multiplicada por 100. entre 1, y 1) y con esta abertura hallare la misma recta dada multiplicada por qualquier numero, que no passe de 100: y si passa continuarseha la operacion del mis:mo modo, &c. Pero sera necessario usar de lo que adverti §. 4. propos. 16. si la operacion se continuare.

Propos. 35.ª Probl. 35.º

Como se deminuye, y se divide una linea dada por otra de la misma especie.

Si la linea dada es recta este problema se executa por la 3. 1, en quanto a la deminuicion; porque el segmento, que resta, sera el, que la tal deminuicion busca. Y del mismo modo se executa la division reconociendo con el compas quantas veses la recta menor cabe en la mayor; porque la division no es mas, que una compendiosa deminuicion.

Con

Con todo se executa con mas facilidad, y brevidad por la escala de partes yguales del pantometra del mismo modo en la prop. 38. advertire como se halla la proporcion de dos lineas dadas, porque el denominador de la tal proporcion es el quociente de la mayor dividida por la menor. y en la misma propos. mostrare, como esta misma operacion se executa con un solo lado de la escala de partes yguales del pantometra, o por la linea de partes yguales de la regla, o mejor por el pitipie de la misma regla.—

Propos. 36.ª Probl. 36.º

Como se representa qualquier numero dado en una linea recta.

Este problema a la primera vista tiene al parecer tan poca dificultad, que no necessita de advertencia alguna; porque no ay cosa mas facil, que lancar en un plano una linea recta, y darle denominacion de 10. 20. 100. o de qualquier otro numero. Pero esto no es todo lo que el presente problema pretende, pues pretende descrivir una recta tal, que admita la denominacion de qualquier numero de la escala de partes yguales del pantometra, o de qualquier linea de partes yguales en la regla.

2. Con todo la operacion es facil, porque depende principal mente del valor arbitrario, que se puede dar a qualquier segmento de las lineas, y escalas referidas. y assi si pretendo representar en una recta el numero 75, en qualquier de las escalas, o lineas referidas, como en la escala de partes yguales del pantometra, puedo poner una recta, que

iguale el segmento del uno de sus lados entre el centro, y 75. de las 100 partes iguales, en que esta dividido, o con el segmento del mismo lado entre el centro, y $7\frac{1}{2}$ dando a cada parte centessima del mismo lado valor de 10. &c.

De la construcion de la regla del pantometra se infiere como esta misma operacion se executa linda mente por la escala de decos, o desimales de la misma regla

Propos. 37. Probl. 37.

Como se reconoce la tercera proporsional a otras dos rectas dadas, la quarta proporsional a tres; la quinta proporsional a quatro; la sexta proporsional a sinco, &c.

Aunque en la propos. . di los documentos necessarios para la execucion deste problema, por ser de praxe mui frequente, y importante me parecio mui conveniente declararle mas particular mente; como podra ver quien quisiere en la Arithmetica practica donde esta tratadillo de saco. Y assi por el pantometra

2. Para executar el reconocimiento de una tercera proporsional a dos rectas dadas; pongo en la escala de partes iguales la segunda entre los terminos de la primera; y el intervalo de los terminos de la segunda sera la recta, que se pide.

3. Para reconocer la quarta proporsional a tres rectas dadas en proporcion continua, pondre la segunda entre los terminos de la 1.ª y porque el intervalo de los terminos de la segunda es la tercera, el intervalo de los terminos

nos de la tercera es la 4.ª y por el mismo caso el intervalo de los terminos de la 4.ª es la 5.ª y el intervalo de los terminos de la 5.ª es la 6.ª &c.ª Y assi tenemos el modo como se halla qualquier numero de lineas continua mente proporcionales dada la 1.ª y la 2.ª en el pantometra

4. Para descubrir en el pantometra la recta quarta proporcional a otras tres dadas, si pongo la 2.ª entre los terminos de la 1.ª el intervalo de los terminos de la 3.ª, sera la 4.ª O si pongo la 3.ª entre los terminos de la 3.ª el intervalo de los terminos de la 2.ª sera la quarta. Y de la demonstracion, que es la 4.6. se infiere, que obrando por la 1.ª praxe, por la 1.ª y 2.ª se pueden tomar otras dos rectas de la misma proporcion, que la de la 1.ª y 2.ª y que obrando por la 2.ª praxe se pueden tomar otras dos rectas proporcionales en la 1.ª y 3.ª quiero desir sus equemultiplices, o subequemultiplices.

5. Y porque la linea de partes yguales de la regla es en todo igual, y semejante con el uno de los lados de la escala de partes yguales del pantometra; las operaciones de los §§. precedentes 2. 3. y 4. se pueden executar en la escala de partes yguales del pantometra por medio de la linea de partes yguales de la regla del mismo modo; que en los dichos §§. queda advertido.

6. Pero applicando esta misma linea de partes yguales de la regla en angulos rectos sobre el uno de los lados de la escala de partes yguales del pantometra, las referidas operaciones de los §§. 2. 3. 4. se pueden executar aun mas facib mente immitando las praxes del §. 6. deste problema en la Arithmetica practica, como se

quede

puede ver en la figura del mismo §.

Propos. 38.ª Probl. 38.º

Como se reconoce la proporcion, que interçede entre dos, o mas lineas dadas rectas, o circulares.

Si ni la una, ni la otra de las dos rectas dadas excede la linea de partes yguales en la regla, o en el un lado de la escala de partes yguales del pantometra, se pondran entrambas en alguna destas lineas desde el principio, y los numeros, que sus extremos apuntaren, advertiran la proporcion, que tienen. Y por grandes, que sean, probablemente no excederan la linea de partes yguales del radio, y assi en esta linea su proporcion se puede averiguar del modo dicho. Y quando sean grandes en qualquier destas lineas se puede averiguar la proporcion, que tienen dividiendo cada una dellas en dos, en tres, o en quatro partes yguales, &c.ª y averiguando la proporcion de sus mitades, de sus tercias, quartas, o quintas partes, &c.ª Porque las todas tienen entre si la proporcion de sus partes semejantes.

2. Con todo esta operacion se executa con mas facilidad en la escala de partes yguales del pantometra poniendo la mayor de las rectas dadas entre 10, y 10. entre los terminos de qualesquier otros numeros de la misma escala, como entre 8, y 8, entre 6, y 6. &c.ª Porque llevando la otra menor paralela a la mayor, medira el intervalo del segundo numero, que se busca. Y si la mayor de las

dadas

dadas no cabe entre los terminos dela escala de partes i-
guales por las mismas lineas se pueden tomar sus mita-
des, terceras, quartas, quintas partes, &c.ª

3. Para averiguar la proporcion de dos, o mas peri-
pherias dadas, se reconocerá la proporcion de sus diametros
o semediametros, que es la de las mismas peripherias.

4. Finalmente quien no quisiere cansarse en di-
vidir las rectas dadas en mitades, terceras, quartas, o otras
partes semejantes, en caso, que la recta menor dada cabe
entre los terminos de la escala abierta de partes iguales, y
la mayor no excede la menor tanto, que su excesso tan poco ca-
be: puede cortar del mayor un segmento igual con la me-
nór; y reconocer la proporcion del mismo segmento, y del
excesso o reliquo segmento: y poner por el numero dela ma-
yor el compuesto del excesso, y del que corresponde al seg-
mento igual con la menor; y por el numero de la menor el
que corresponde al dicho segmento su igual.

Propos. 39.ª Probl. 39.º

Como se augmenta, o se deminuye una linea recta, o circular dada, en qualquier proporcion dada.

Este problema tiene su execucion quasi limitada a
la escala de partes iguales del pantometra: y assi se pon-
drá la recta dada en esta escala entre los terminos del un
numero de la proporcion dada; porque el intervalo de los
terminos del otro numero dado (mayor si se augmenta,
menor, si se deminuye) será la otra recta, que se busca
augmentada

augmentada, o deminuida

2. No niego, que esta misma operacion se puede executar en las reliquas lineas de partes iguales por lo menos: buscando el numero quarto proporcional a los dos numeros de la proporcion dada, y al numero, q̃ la recta dada su mitad, tercera, quarta parte, &c.ª apli-cada a la misma linea desde el principio, apuntara. Porq̃ el intervalo entre el principio de la tal linea de partes igua-les, y el tal quarto numero hallado, junto con el numero, que la recta dada, su mitad, &c.ª apuntan, daran la propor-cion pedida; y el dicho intervalo entre el principio de la linea de partes iguales, y el quarto numero hallado, sera la linea augmentada, o deminuida en la tal proporcion dada, o su mitad, tercera, o quarta parte, &c.ª

3. Puedese executar tambien por medio de la li-nea de partes iguales de la regla applicada a la escala de partes iguales del pantometra deste modo. Tomarse ha en la tal linea la cantidad de la recta dada, o su mitad, tercera, quarta parte, &c.ª y poniendo el principio de la misma linea, y ella en angulos rectos sobre el un lado de la escala de partes iguales del pantometra en el un nu-mero dado, y se abrira la escala hasta que el otro lado to-que en el termino de la linea dada, o de su mitad, terce-ra, quarta, o quinta parte, &c.ª Porque mudado el princi-pio de la linea de partes iguales al otro numero dado, con-servado, y ella en angulos rectos con el mismo lado de la escala de partes iguales, el otro lado de la misma escala tocara en el extremo de la recta pedida, augmentada, o deminuida en la proporcion dada, o en el extremo de su

mitad

mitad, tercera, quarta, o quinta parte, &c.

Propos. 40. Probl. 40.

Como se divide una linea recta dada en qualquier numero de partes pedidas.

La execucion deste problema es aun mas propria, y limitada a la escala de partes iguales del pantometra, que la del precedente. Pondrà luego la recta dada en esta escala entre los terminos del numero de las partes pedidas, y los intervalos de los terminos de los numeros de las partes particulares applicados a la recta dada, executarà la operacion como en este problema se pide. Y advierto, que para cortar una de las tales partes, serà acertado cortar el reliquo segmento, como si pretendo cortar una recta dada en 10. partes iguales, puesta la recta entre 10, y 10. tomaré en la recta dada un segmento igual con el intervalo de 9, y 9, el qual segmento dexarà una decima parte. Y tambien serà necessario advertir las praxes y preceptos apuntados, de que hize mension tratando de la seccion de la linea meridiana del pantometra

2. Esta misma operacion, y problema se puede executar por la linea de partes iguales de la regla applicada al pantometra, como facil mente se entenderà por el §. 3. de la propos. precedente.

Propos. 41. Probl. 41.

Como se divide una linea recta del modo que otra recta se halla dividida.

La

La operacion deste problema se puede executar por medio de la regla, y compas ordinarios del mismo modo, que mostre como se corta una recta dada de qualquier numero determinado de partes.

2 En la escala de partes yguales del pantometra se executa poniendo la recta repartida desde el centro en entrambos los lados desta escala, y la recta, que se pretende repartir entre sus terminos. Luego reconociendo en qualquier de los dichos lados las partes de la repartida, los intervalos de los terminos de las tales partes, seran las que se piden. Y si la recta repartida es mayor, que un lado de la escala de partes yguales, por la propos. 38: reconociere la proporcion, que tiene con las partes dadas, y acabare la operacion por la propos. 40.

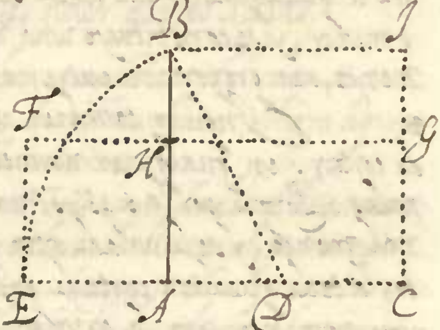
De aqui se infiere, que la presente operacion, y problema se puede executar enteramente por la regla, porque las proposiciones 38, y 40: se practican por esta instrumento, como en las mismas proposiciones queda demonstrado.

Propos. 42.ª Probl. 42.º

Como se corta una recta dada en extrema, y media proporcion.

Este problema es la 30.ª 6.º y se executa brevemente desta manera. Sea la recta dada AB; sobre el extremo A; en que se pretende poner el mayor segmento levantese una recta su igual AC, en angulos rectos; partase esta recta por el medio en D, y deste punto medio

dio Ɗ, lanceſſe otra recta ƊB, al otro extremo de AB, continuada AC por la banda de A, y tomeſſe la recta ƊE, igual con ƊB; porque la continuacion AE, sera el mayor segmento AH, y el reliquo HB, el menor, que se pide. Porque por la 11.2. el quadrado de AE, o AH, que es AF, sera igual con



HI, el rectangulo del otro segmento HB, y de la toda AB. Luego por la 17.6. AB; AH:: AH; HB; que es el intento: o que es lo mismo BI; AH:: FH; HB.

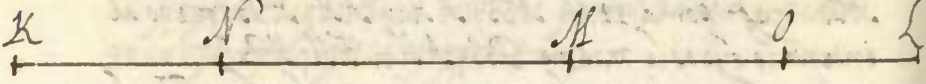
2. Obrando por el pantometra, pondre la recta dada AB, entre 30, y 30 de la escala de senos, y el intervalo de 18. y 18; sera el mayor segmento pedido AH, y el reliquo HB, el menor. Porque la corda de 60. es igual con el lado del exagono, y el lado del decagono inscripto en el mismo circulo es la corda de 36. grados. Pero el lado del exagono tiene con el lado del decagono la proporcion, que la recta dada AB, con el mayor segmento AH; o q el mayor segmento con el menor. Tambien puesta la recta toda AB, en la escala de senos entre 72, y 72, el intervalo de 36, y 36, sera el segmento mayor. Finalmente puesta la recta dada en la misma escala entre 54, y 54. el intervalo de 30; y 30. sera el segmento mayor, y el intervalo de 18, y 18, sera el segmento menor.

3 De aqui se infiere que dado el segmento ma-

yor

yor. se halla el menor, y la recta toda, y como dado el segmento menor, se halla el mayor, y la recta toda, o como a qualquier recta dada se añade segmento mayor, o menor, y se constituye una recta dividida proporcional mente, o en proporcion extrema, y media; que es lo mismo.

4. Infiero tambien como una linea recta se puede cortar en qualquier numero de segmentos proporcionales. Porque por la 5.13. si una recta se corta proporcional mente, y se le añade otra igual con el mayor segmento; la toda quedara cortada proporcional mente, y su mayor segmento sera la primera linea. Que es si KM se corta proporcional mente en N, y se le añade otra ML,



igual con el mayor segmento NM, la toda KL queda cortada proporcional mente en M, y el mayor segmento es la primera linea KM. Luego si una recta KL se corta proporcional mente en M, el segmento menor ML es el segmento mayor NM, del segmento mayor KM, cortado proporcional mente en N. Y si el residuo KN se pone en el menor segmento, sera MO, el mayor segmento de ML, el menor segmento cortado proporcional mente en O. Veasse la 1.5.3. donde tambien se prueva, que si una recta se corta proporcional mente, y se toma en una su mitad la mitad del mayor segmento, sera el mayor segmento de la tal mitad de la toda cortada proporcional mente; aunque es verdad esta tan llana, que no necessita de prueva.

Propos.

Propos. 43ª Probl. 43º.

Como se divide la peripheria dada de un circulo en qualesquier partes dadas.

Ya adverti algunos modos, como este problema se puede executar sin el auxilio de instrumento. Aora apuntare su execucion por instrumentos

2. En la propos. 7. mostrè como dado el diametro, o semediametro de un circulo se halla en el pantometra la corda de qualquier su arco. Luego si 360. que es la medida de qualquier peripheria se divide por el numero de las partes dadas, el quociente dara la chorda, la qual hallada por la propos. 7. y repetida mente applicada por la peripheria, la dividira en las partes dadas. Y assi la corda 120. dividira la peripheria en 3. partes iguales; la corda de 90. en 4; la corda de 72. en 5; la de 60. en 6; la de 51, 26. en 7; la de 45. en 8; la de 40. en 9; la de 36. en 10; la de 32. ~~44~~ en 11 y la de 30. en 12. partes iguales.

Propos. 44ª. Probl. 44º.

Como se transforma una linea recta en circular su igual, y una linea circular en recta su igual.

En el pantometra en la escala de quadratura, que se suele poner entre los lados de la escala de senos, y cuyos extremos de sus lados se demarcan con la letra Q, se hallan unos puntos notados con las letras S, y 90. con que la presente operacion se executa breve mente. Porque si abierto el pantometra el semediametro dela peripheria dada se pone entre los puntos de S, el intervalo delos puntos de 90. dara una recta igual con una quarta parte, o quadrante dela peripheria toda; la qual quadruplicada da: be la peripheria entera.

2. Tambien mui facil mente transformare una recta dada en peripheria su igual, que es formar una peripheria de circulo, que sea igual con una recta dada. Porque si siguiendo la direccion de Archimedes, si por la propos. 40. corto la recta dada en 22. partes iguales, y sobre una recta, que consta de 7. dellas como diametro, descrivo una peripheria, sera igual con la recta dada y si tengo la recta dada expressa en numeros, por las analogias precedentes hallare el diametro de la peripheria pedida. Y final mente con brevidad pondre en la escala de quadratura del pantometra la quarta parte de la recta dada entre los puntos de 90. porque el intervalo de los puntos de S, sera el semediametro dela peripheria igual con la recta dada.

Propos. 45.ª Probl. 45.º

Como se transforma un arco dado en linea recta su igual, y una recta dada en arco su igual.

Por la precedente propos. se convertira la peripheria toda en linea recta su igual. y la quarta proporcional a la peripheria toda 360, o a los grados del arco dado, y a la recta, que iguala la peripheria toda, sera la recta pedida igual con

con el arco dado. Por la misma propos. precedente, se puede convertir la recta dada en peripheria entera de circulo; o su quadruplo se puede convertir en peripheria entera: con que la recta dada quedara igual con un quadrante de la misma peripheria. Y finalmente se puede convertir qualquier multiplice de la recta dada en peripheria entera; con que la recta dada quedara convertida en tal arco de tal peripheria, qual parte es la recta dada del multiplice tomado.

3. En caso, que se pretende mostrar que arco de una peripheria dada iguala la recta dada, se transformara la peripheria dada en recta su igual por la propos. precedente, y luego reconocer la proporcion, que la tal recta tiene con la recta dada, &c.ª

Propos. 46.ª Probl. 46.ª

Como se reconoce una recta media propor- sional entre otras dos rectas dadas.

La praxe desta problema por geometria ordinaria, es la de la 13. del 6.º a que me remitto.

2. Obrando por el pantometra se reconocera la proporcion, que las dos rectas dadas tienen en la escala de partes iguales del pantometra por la propos. 38. Luego se pondra la una extrema entre los terminos del numero, q̃ la representa en la escala de superficies, y la distancia entre los terminos del numero, que representa la otra en la misma escala de superficies; sera la media pedida.

3. Y assi si la una extrema tiene con la otra la proporsion, que 6, con 9; se pondra la recta, que da 6. entre 6,

y 6

y 6, de la escala de superficies, y la distancia del intervalo entre 9, y 9, en la misma escala de superficies, es la media pedida. O si pongo la recta, que representa 9, entre 9, y 9, en la escala de superficies, el intervalo entre 6, y 6, en la misma escala de superficies, sera la misma media pedida.

Propos. 47ª Probl. 47º

Como se reconoce qualquier numero de rectas medias proporcionales entre dos rectas dadas.

Por la propos. 38. se reconocera la proporcion, que intercede entre las rectas dadas. Y luego por la propos. 36. se buscara el numero de medios proporcionales entre los numeros, que representan las rectas dadas, que la operacion prescriviere. Y finalmente poniendo las rectas dadas en la misma escala de partes iguales del pantometra; en la misma por los numeros hallados medios proporcionales, se hallaran las medias pedidas. Veaste la propos. 36.

Propos. 44ª Probl. 48º

Como se reconocen dos rectas medias proporcionales entre otras dos rectas dadas.

En la Arithmetica practica queda demonstrado, como este problema se executa sin instrumento.

2. Obrando por el pantometra por la propos. 38. se reconocera la proporcion que las dos rectas dadas tienen. Luego se pondra la una extrema entre los terminos del

numero

numero, que la representa en la escala de solidos, y el intervalo en la misma escala entre los terminos del numero, que representa, la otra extrema dada, sera la media mas propinqua a la primera extrema. Pongo mas esta media hallada entre los terminos del numero, que representa la 1.ª extrema, entiendesse en la escala de solidos, y el intervalo de los terminos del numero, que representa la otra extrema en la misma escala de solidos, sera la otra media pedida.

Propos. 49.ª Probl. 49.º
Como se reconoce el numero 4.º en duplicada proporsion a otros tres numeros dados.

Obrando por el pantometra, si dados dos lados homologos, y el un plano, busco el otro su semejante, tomo en la escala de superficies el numero que representa el plano dado, y poniendole entre los terminos del numero de su lado dado en la escala de partes iguales; el intervalo en la misma escala de partes iguales entre los terminos del numero del otro lado homologo dado reconocido en la escala de superficies dara el plano pedido. Si dados dos planos semejantes, y el lado del uno, se pide el lado homologo del otro, tomo en la escala de partes iguales el numero, que represente el lado dado, y poniendole en la escala de superficies entre los terminos del numero del plano, cuyo lado es, el intervalo de los terminos del numero del otro plano en la escala de superficies reconocido en la escala de partes iguales, me

dara

dara el lado homologo pedido; advirtiendo, que quando la proporcion es reciproca, se ha de hazer el trueco de los antecedentes del modo que queda declarado en la Arithmetica.

Propos. 50. Probl. 50

Como se reconoce el numero quarto proporcional en proporcion triplicada a otros tres dados.

Obrando por el pantometra en caso, que dados los dos lados homologos, y el un solido se busca el otro su semejante tomando en la escala de solidos el numero, que representa el solido dado, y poniendose entre los terminos de su lado dado, el intervalo de los terminos del otro lado dado en la misma escala de partes iguales reconocido en la escala de solidos dara el solido pedido. Pero en caso, que dados dos solidos semejantes, y el lado del uno, se pide el lado semejante del otro, se tomara en la escala de partes iguales el lado dado; y poniendole en la escala de solidos entre los terminos de su solido, el intervalo de los terminos del otro solido dado en la misma escala de solidos reconocido en la escala de partes iguales, apuntara el otro lado semejante pedido.

Propos. 51. Probl. 51.

Como se reconoce la cantidad de qualquier longitud pedida.

Este

Esta, y los dos siguientes problemas trataran de la exe:
cucion de las tres operaciones principales de la geodesia, que
mide longitudes latitudes, y alturas. Por longitud entien:
do el intervalo entre el geometra, y qualquier objecto ausente
en la superficie terrestre, o por hablar con mas propriedad en
el plano paralelo al horizonte, que es perpendicular a la vis:
ta; por latitud entiendo el intervalo de los objectos ausentes
del geometra en el mismo plano perpendicular a su vista:
y por altura el intervalo de dos objectos tambien ausentes
del geometra, pero que existen en plano recto, o obliquo al so:
bredicho plano, el uno en la seccion comun destos dos pla:
nos, y el otro fuera del plano perpendicular a la vista por
qualquier de sus dos bandas. No tratare la execucion des:
tas operaciones por otro instrumento de importancia mas
que el pantometra, y radio.

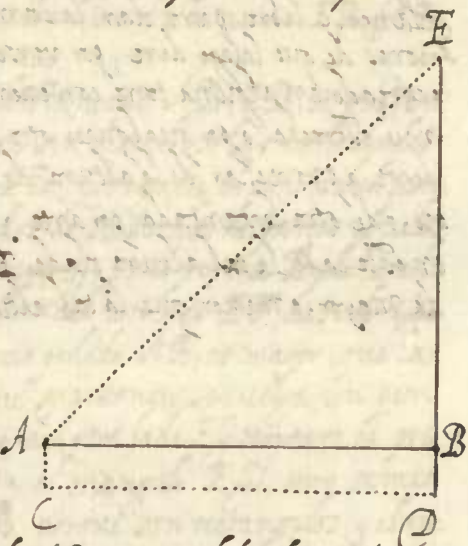
2. Quando el objecto, cuyo intervalo se mide es ac:
cessible por el Geometra, la operacion se puede executar
por una cadena metatoria, continuandola, y guiandola
por una linea recta desde el termino de la longitud dada
hasta el mismo objecto, o al reves. Pero quando el tal ob:
jecto no es accessible, es necessario aprovecharnos de algun
instrumento. El objecto, cuya distancia se pretende medir
puede ser inaccessible por la interposicion de algun rio, o
braço del mar, o de inimigos, o de otros muchos impedi:
mentos, o por rason de alguna causa, que obliga a no lle:
gar a el. Y advierto, que por los mismos modos, con que
se mide la longitud, quando el objecto es inaccessible, se
puede, y muchas veses conviene medir la longitud de
objecto accessible, aunque no es absolutamente necessario.

Puede

3. Puede acontecer, que en el un termino de la longitud, que se pretende medir, se de la cantidad de alguna altura perpendicular al horizonte, como quando se pretende medir de un campo el intervalo del pie de alguna torre o baluarte de altura sabida, o quando del alto de una torre, baluarte, o otro edificio, o de qualquier otra altura se pretende medir el intervalo de un objecto puesto en un campo, o plano paralelo al horizonte. Y del mismo modo, que el presente problema se executa en estos dos casos, se puede executar tambien en caso, que el objecto, cuyo intervalo se pretende medir sea punto descubierto en una recta paralela a otra estendida por el pie del geometra, como si se pretende reconocer el intervalo de dos muros paralelos, dada una distancia, o latitud en el muro absente, o en el muro al que el geometra se arrima. O puede acontecer (que es lo mas ordinario) que ni el uno, ni el otro termino de la distancia se dê altura sabida, o otra cantidad de q el Geometra se aproveche, y en semejantes casos la operacion es mas dificultosa.

4 Commençando por lo mas facil, y expedito, sea B, el objecto ausente del geometra, puesto en A, y el intervalo pedido AB, o CD su igual. Y siendo AC, o BE la altura, o estatura del mismo geometra, y dada la altura perpendicular, se da tambien EB. Por la propos. 19. se reconocerà la cantidad del angulo EAB, que el radio visual AE, haze con AB, o poniendo el centro del pantometra en A, y el un lado paralelo al horizonte, y descubriendo por las pinulas del otro lado el punto, y extremo E. Reconocido el angulo A, la distancia AB, se reconoce por la propos.

propos. 91. con la variedad de modos, que en ella quedan advertidos.



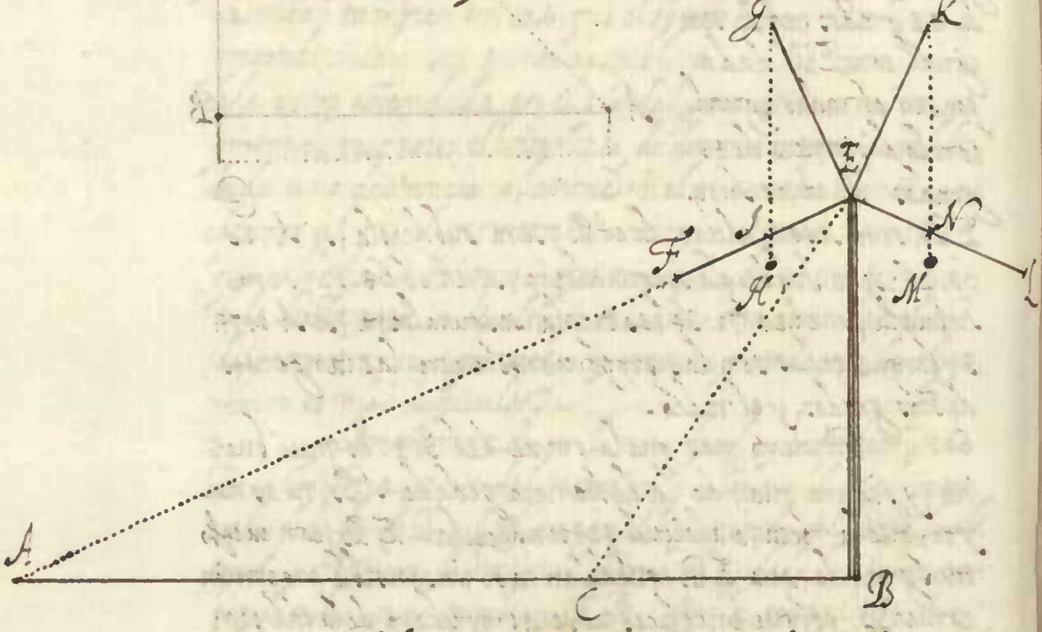
5. Advierto, que si en algun caso, en que dado E B, y A, se busca A B, se pone A B, por radio; E B, sera tangente de A. Luego si el angulo A, vale 45. grados, A B, sera igual con E B, dada por ser el radio igual con la distancia de 45. grados. Si A, es 56.19. E B, sera sesquialtera de A B, sera subdupla, si A, es 63.26: sera subdupla sesquialtera, si A. es 68.12; sera subtripla, si A. es 71.34; es tripla sesquialtera, si A es 74.3; porque tales son las proporciones entre las tangentes de estos grados, y el radio.

6. Advierto mas que la praxe del §. 4. es mui buena, y segura quando la distancia pedida A B, no es mayor, que la recta, o altitud perpendicular E B, con exceso tan grande, que E B, queda en casi insensible proporcion con A B; porque entonces no se aprovechara de la tal perpendicular por dada, que sea; ni no se procedera en descubrimiento de la tal distancia sin admittir alguna cantidad dada, si no descubriendo por los modos, que luego advertire.

7 Puede acontecer, que el Geometra se vea obliga-

do

do a reconocer una distancia pedida, sin hallar campo:
llanos, y libre para dar la carreras, y mudar las esta-
ciones de que luego dire, por verse encerrado en una carcel,
o cercado en alguna torre con exercito enimigo, que es carcel
mui estrecha, o por qualquier otro estorvo. En este caso se
deve aprovechar de la altura de la misma torre, o edifi-
cio, o de otra levantada por arte, y presente necessidad. Sea
en este caso la tal altura dada EB, y la distancia pedi-
da mayor, o menor, que la tal altura AB, o CB. Por la



direccion de la propos. 11. se reconocera el angulo AEB,
si la distancia pedida es AB, o el angulo CEB, si la
distancia pedida es CB. y los mismos angulos se re-
conocen por el pantometra poniendo el un lado paralelo
a la altura dada EB, y descubriendo los puntos A, o C

por

por las pinulas del otro lado. Y reconocidos estos angulos, las operaciones, que exiben las distancias EB, GCB, se executan por la propos. 20.

8. Estas mismas distancias AB, CB, se pueden reconocer por el pantometra sin descubrir las cantidades de los angulos AEB, CEB. Pongasse el centro del pantometra (abiertos los lados de su escala de partes yguales en angulo recto por la propos. 9.) en el vertice E, de la altura EB: y por las pinulas del un lado EF, descubrasse el extremo A, si la distancia pedida AB, es mayor, que la altura dada EB. Porque si entonces se cuelga un perpendiculo en G, el extremo del otro lado EG, cortara el primer lado EF, como en I, y el triangulo EGI, sera semejante al triangulo EAB: porque son rectangulos, y el angulo AEB, o AIH, su ygual 29.1. es ygual con el angulo EIG. 15.1. Y el segmento EI, que el perpendiculo GH, corta, y señala, tendra con el lado entero EG, la proporcion, que la altura dada EB, con la distancia pedida AB. Pero si la distancia pedida CB, es menor que la altura dada EB, puesto el centro del pantometra abierto en angulo recto en el vertice E, por las pinulas del lado superior EK, se descubrira el extremo C, y descolgado un perpendiculo KM, en su extremo K, cortara EL, el lado inferior. Y el triangulo EKN, sera semejante al triangulo ECB; porque entrambos son ortogonios, y el angulo CEB, es ygual con el angulo EKN. Luego EK; EN:: EB; CB.

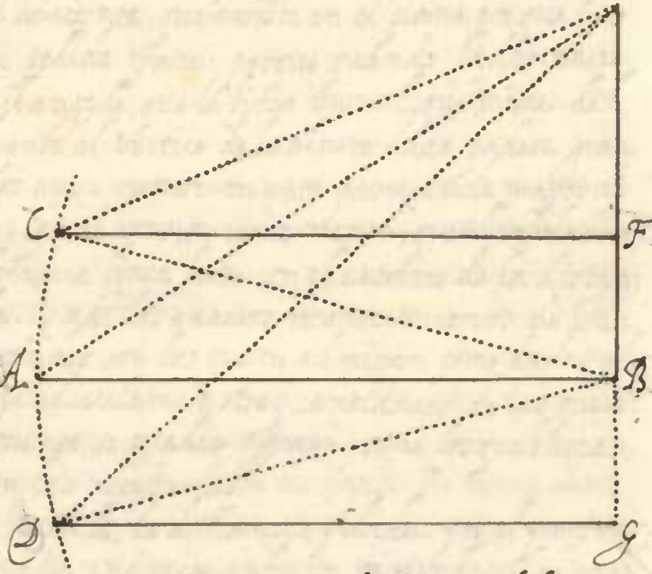
9. La razon de la variedad de las operaciones de los dos casos del §. precedente, quando se executan por el perpendiculo

pendiculo descolgado del extremo de un lado del pantometra es, porque obrando deste modo, si la distancia pedida es igual con la altura dada, el perpendiculo colgado en G, passara por F, el extremo del otro lado EF. y assi si la distancia pedida es menor, que la altura dada, caera fuera del lado EF, como consta de las propos. apuntadas en el dicho §. 8. De donde se infiere, que el segundo modo sirve sola mente quando la distancia pedida es menor, que la altura dada, digo obrando, como el precepto deste modo apunta por el pantometra.

10. Y para escusar esta diversidad, y tambien el calculo, que los dichos preceptos requieren; digo que obrando por el pantometra conforme el primer modo se puede mover el perpendiculo del centro E, por EG, hasta que señale en EF, el numero, que represente el de pies, o passos de la altura dada EB porque entonces el numero, que señalare en EG dara los pies, o passos de la distancia pedida AB, aunque sea menor; o que sea mayor, que la altura dada EB. Porque los tales segmentos con la parte de la linea del perpendiculo, que subtende el angulo, que contienen, hazen triangulo semejante a AEB, por ser la tal linea, o hilo parallelo con EB. Y de aqui se infiere, que obrando por el segundo modo, que si el perpendiculo se mueve por EK, hasta que en EK, señale un numero, que represente el numero de los pies, o passos de la altura dada EB, señalara en el otro lado EL, un numero, q represente los pies, o passos de la distancia pedida CB, aunque sea mayor, o que sea menor, que la altura dada EB.

Lo

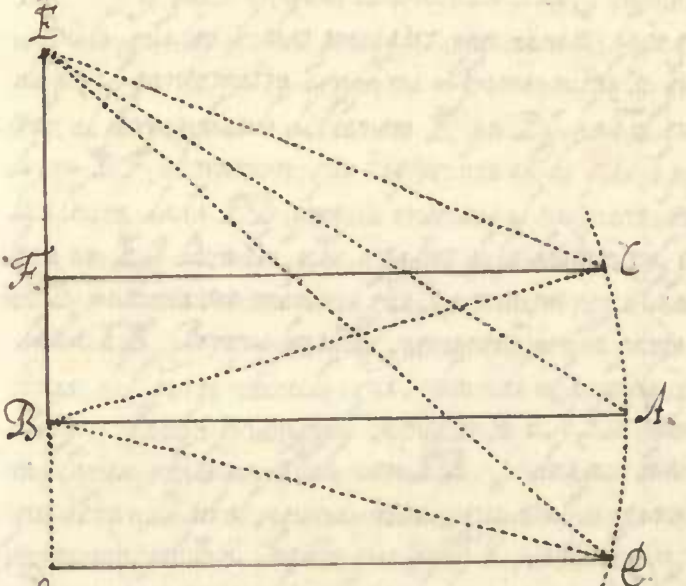
11. La misma demonstracion de las precedentes operaciones, en que se mide una distancia pedida dada una altura perpendicular en el un extremo, requiere que la linea, que contiene la tal distancia sea perpendicular formando angulo recto con la altura dada. Y assi si el objecto, cuya distancia se mide no existe en plano paralelo, sino inclinado al horizonte, es necessario, que las operaciones precedentes se reformen, y se assiguren del modo, que aora dire. Si la altura perpendicular al horizonte dada es AB, y el objecto dado es A, cuya distancia pedida es la recta AB. que cae en plano paralelo al horizonte de modo, q haze angulo recto con EB, en B, el pie, y extremo de la tal altura



EB, la operacion se executa por las direcciones de los §§. precedentes. Pero si el objecto, cuya distancia se pide, es C, de modo, que la tal distancia CB, cae en el plano, que haze angulo acuto con la altura, como si la altura perpen:

dicular

dicular dada es una torre puesta al pie de una costa, en cuya halda exista el objecto C, pero menos levantada, que E, el vertice de la tal altura, se buscara algun lugar en la altura E B, como F, en que la recta C F, paralela al horizonte, haze angulo recto con E B, el qual se hallara poniendo el un lado del pantometra abierto en angulo recto paralelo a E B, y descubriendo el objecto C, por las pinulas del otro lado; hallado este punto F, se buscara la recta C F, como antes en el triangulo C E F. Pero si el objecto es D, y su distancia B D, y el pie de E B, yaze en el plano, que haze angulo obtuso con la tal altura, como quando la misma altura E B, es una torre puesta en la halda de



un monte, y el objecto D, en lugar inferior de la misma halda, se buscara por el pantometra no solo el angulo D E B, sino tambien el angulo E B D, y por el consequiente el angulo E D B, con que dado E B, por la propos. 31 se hallara

ra

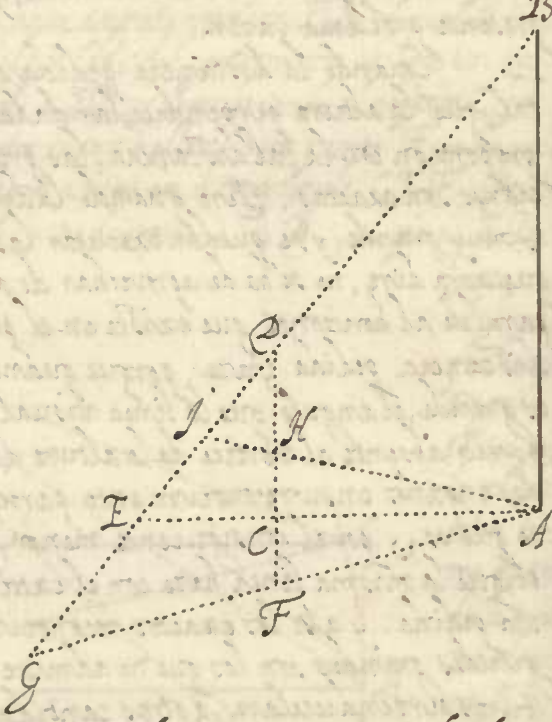
ra el lado ∆B, y dado el angulo EB∆, se da el dernieces ∆BG, y B∆G, conque por la propos. 18, o por la 19. se halla la distancia pedida ∆G, en plano paralelo al horizonte, en que todas las distancias, que pertenecen al presente problema yazen.

12. Quando la distancia pedida no es excessiva, y tal, que la altura perpendicular dada tiene sensible proporcion con la tal distancia, las precedentes operaciones son exactas. Pero quando la distancia pedida es muy grande, y se pueden executar las operaciones de que aora dire, no se ha de aprovechar de alturas dadas por paralelo al horizonte, que existe en el plano, en que la distancia pedida yaze: porque quando la distancia es grande, el angulo, que la linea visual, que viene del objecto absente al vertice de la altura dada, padece grandes engaños en su reconocimiento pareciendo mayor de lo que es, y por el consiguiente menor, que el verdadero, el, que la misma linea haze con el extremo de la distancia pedida. Y assi los exactos reconocimientos de longitudes grandes son los que no admitten como dadas alturas perpendiculares a otras cantidades de las que ordinaria mente se pueden offrecer; sino los que buscan y reconocen las necessarias.

13. Sea AB la distancia pedida, por el pantometra descrivasse una recta infinita perpendicular en el extro A, a la recta pedida AB, por qualquier de sus bandas, como en la siguiente figura. Y en C, qualquier punto de la tal perpendicular AE, descrivasse otra recta infinita perpendicular con la tal recta AE, quales

CD

CD. Luego puesto un baculo en punto mas remoto de AE, qual es E, y otro baculo en D, la interseccion del radio visual EB, y de la segunda perpendicular CD quedan descriptos dos triangulos ortogonios ECD, EAB. que son semejantes por tener angulo acuto comun en E, y assi si se miden los lados EC, EA, el quarto proporcional sera la distancia pedida AB.

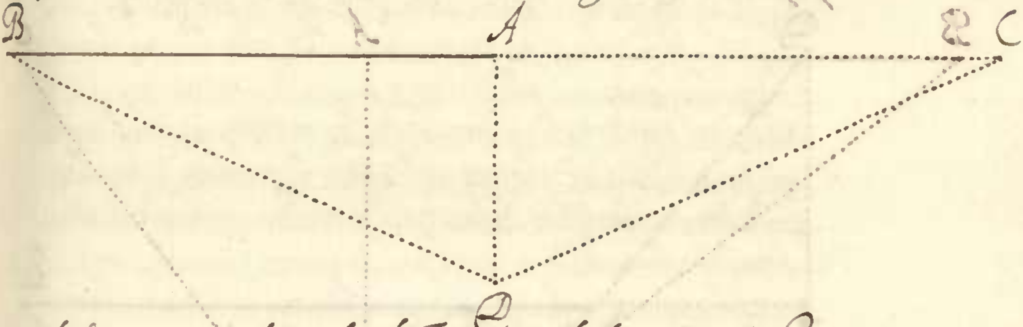


14 Tambien descripta, y medida la recta perpendicular EA, y reconocido el angulo acuto E, la pedida AB, se hallara mas facil mente, y con menos fabrica por la prop. 20.

15. De otro modo se puede medir una distancia pedida AB, continuandola con una recta infinita AC, y descriviendo otra perpendicular infinita AD en el extremo comun A, por el pantometra. Porque si puesto el centro del pantometra, en D, qualquier punto

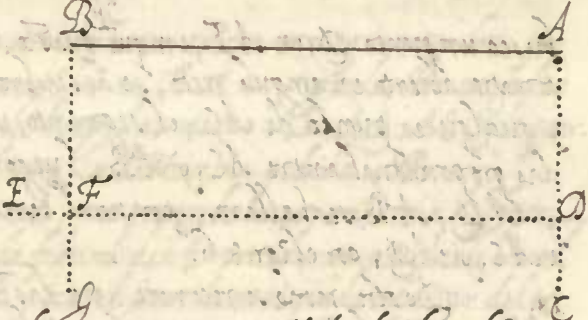
da

de A D, se descubren por qualquier angulo los extre-
mos A, y B, y por el mismo angulo el extremo A, y C, un
punto de la continuacion A C, el tal segmento A C, me-



dido sera igual con la distancia pedida A B. Porq̃
por la 26. 1. por ser en los triangulos A D B, A D C, los
angulos en A, y D, iguales; A B, igual a A C.

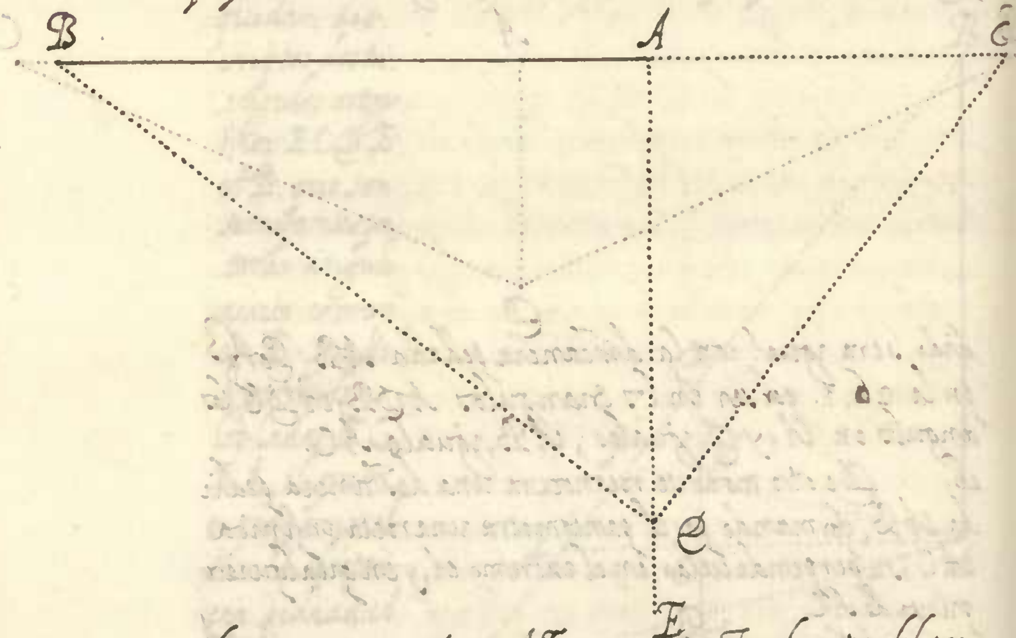
16. De otro modo se reconocera una distancia pedi-
da A B, formando por el pantometra una recta infinita
A C, su perpendicular en el extremo A, y en qualquier
punto de A C,
como en D, otra
recta infinita
D E, perpen-
dicular a B F,
y paralela a
A B, Porque
si por el ins-



trumento se descubre un punto, como F, desde el qual se pue-
de descubrir por angulo recto los puntos B, y D, o lanzar la
perpendicular B G el segmento F D, reconocido, dara la dis-
tancia pedida A B; por la 33. 1.

De

17. De otro modo se reconoce la distancia pedida A B, continuando una recta infinita AC, y poniendo otra perpendicular AE, en el extremo comun A. Porque si se

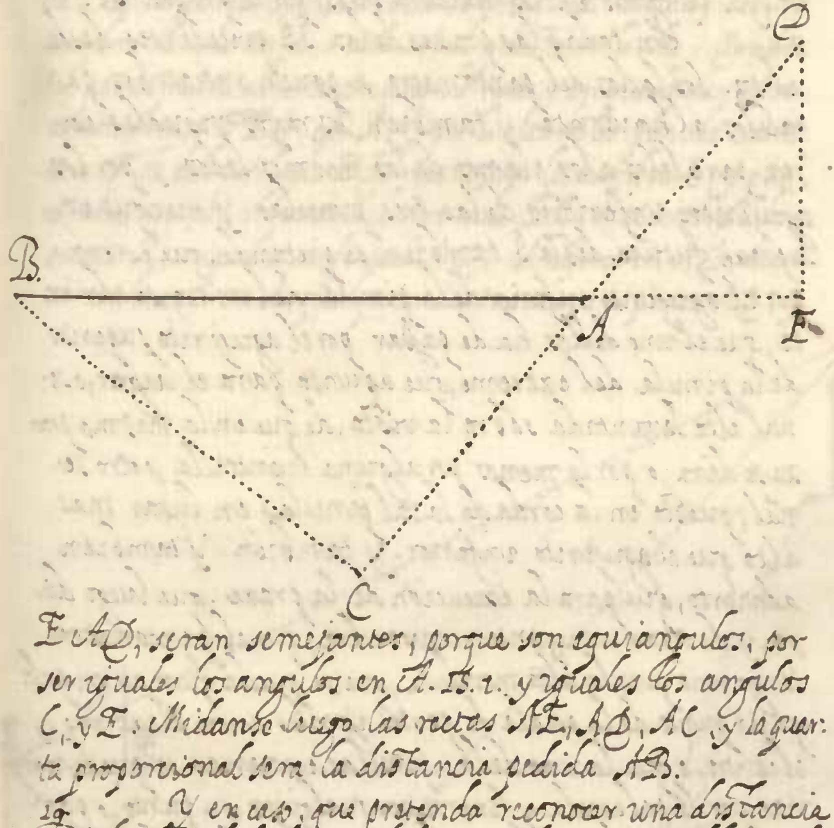


busca un punto D, en AE, en que puesto el centro del pantometra abierto en angulo recto, se descubre el extremo B, y qualquier punto de AC, el segmento AD, sera el medio proporcional entre AC, y AB. Luego reconocidos AC, y AD, AB, se hallara, por ser el tercer proporcional a AC, y AD, por el cor. 3. 6.

18. De otro modo se reconoce una distancia pedida AB, puesto el Geometra por qualquier banda de la misma AB, y el pantometra en qualquier angulo en el lugar C, descubrira sus extremos A, y B, y continuando una recta infinita por C, y A, CAD, se pondra en qualqu-

quier

quier punto de AE, la continuacion de AB, y con el mismo angulo del instrumento reconocera a A, y B, y un baculo puesto en D, punto de AD. Y los triangulos CAB,



EAD, seran semejantes; porque son equiangulos, por ser iguales los angulos en A. 15. 1. y iguales los angulos C, y E. Midanse luego las rectas AE, AD, AC, y la quarta proporcional sera la distancia pedida AB.

19. Y en caso, que pretenda reconocer una distancia pedida AB, de la figura del §. precedente accesible en el un extremo A, y que el Geometra se puede apartar del por una sola via AC, se reconocera por el pantometra el angulo BAC, que BA, haze con la recta AC, lançada por el tal camino. Y luego puesto el Geometra en C, qualquier punto de AC, por qualquier de los mismos instrumentos

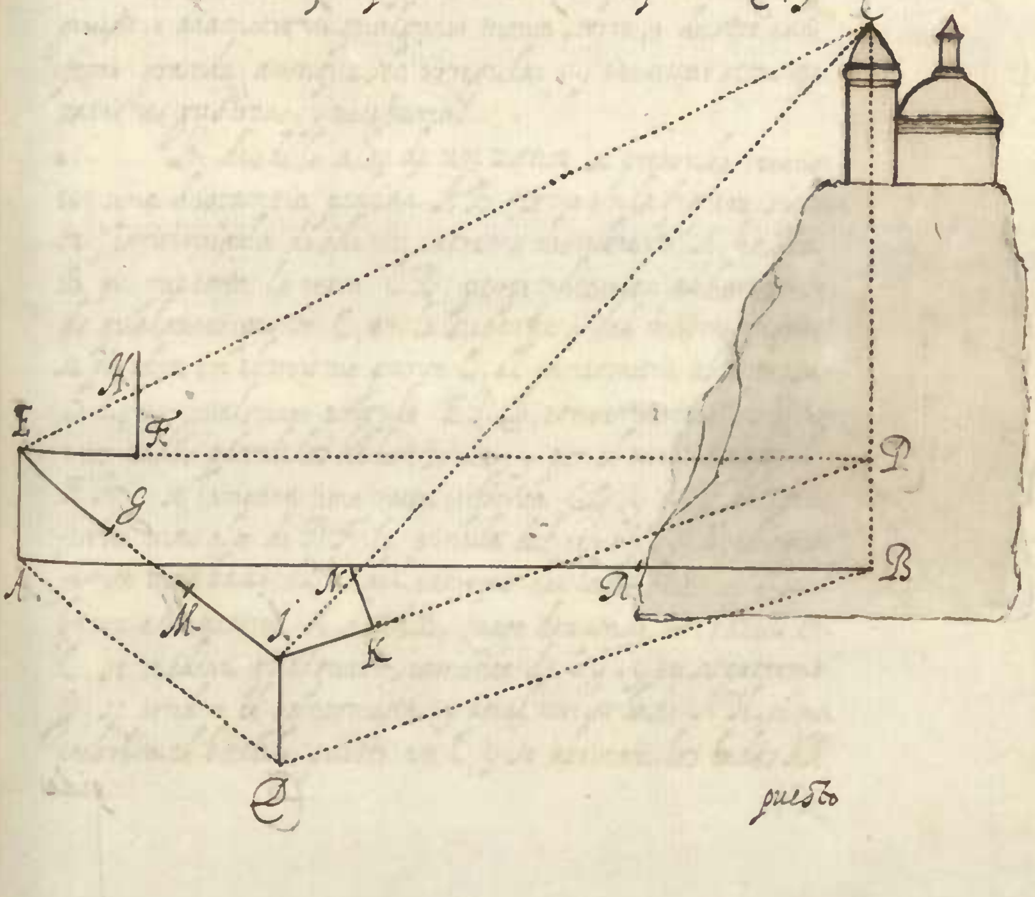
reconocera

reconocera el angulo C, que la recta AC, haze con la visual CB, y medira el intervalo AC. Y porque tiene en el triangulo ABC, dado el lado AC, y los angulos A, y C, y tambien B, hallara AB, por la propos. 31.

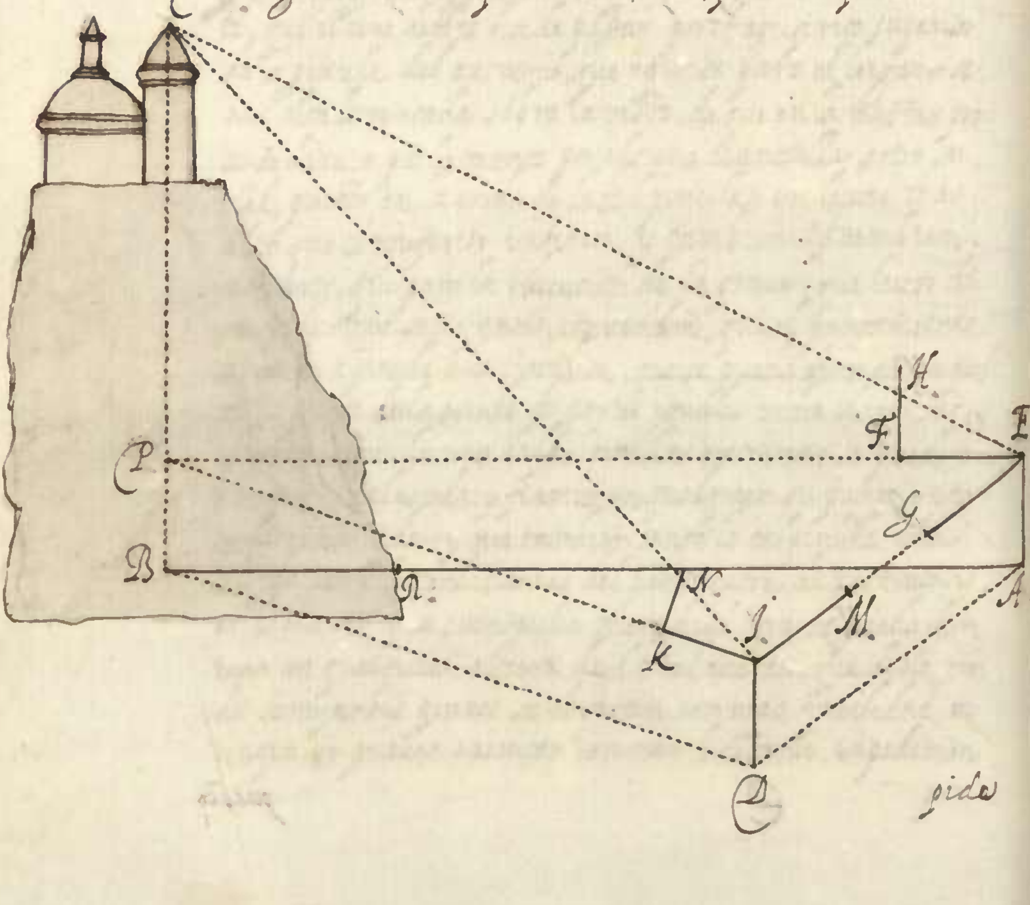
20. En todas las praxes de los §§. precedentes desde el 13. los lados del pantometra se ponen entrambos paralelos al horizonte; y tambien los rayos visuales corren paralelos a los planos de los mismos lados, y por los agujeritos inferiores de las tres pinulas. Y aunque en la praxe futura deste §. tambien se pretende, que corran por el agujerito inferior de la pinula del centro, se advierte, que el uno dellos ha de passar por el agujerito superior de la pinula del extremo, que apunta para el lugar, o señal alta levantada sobre la vista, de que en la misma praxe se dira; o por lo menos por alguna cuentecilla, o otra señal, puesto en la cuerda de la tal pinula en lugar mas alto que el agujerito inferior. Y tambien. Y tambien advierto, que para la execucion de la praxe, que luego dire, y de otras semejantes, convendra, que el pantometra tenga una pinula alta movediza, que se pueda firmar en qualquier punto de la escala de partes iguales entre el extremo, y el centro, o que la una de las pinulas extremas se pueda mover por la tal escala, y fixarse en qualquier su punto, o parte determinada, y que tambien tenga la tal pinula una cuerda como las ordinarias del pantometra, de que trato, y en la cuerda una cuentecilla movediza, que se pueda firmar en qualquier altura de la tal cuerda, que deste modo semejantes praxes se obraran con mas facilidad, aunque se pueden executar con muy bastante expedicion

por

por las pinulas ordinarias del pantometra. Demos, que se pretende medir la distancia AB, accessible en el un solo extremo A, y de que un segmento NB, entra por un monte has-ta CB la perpendicular, que se imagina lanceada de C, la cumbre de una torre, o otra señal puesta en lo alto. Pondra el pantometra abierto en angulo recto, o en qualquier otro agudo, o obtuso FEG, en A, y por lo alto de la pinula extre-ma FH, del un lado EF, reconocera la cumbre C, y por G, el agujerito inferior del otro lado EG, descrevira del ex-tremo A, una recta infinita AD. Medira en AD, dexan-do un baculo en A, qualquier distancia o espacio AD, y



to el pantometra en el extremo desta espacio medido en D, por I M reconocere el baculo dexado en A, y abrire el otro lado I K, hasta que por N, lo alto de su pinula extrema K N buelvo a reconocer a la misma cumbre C. y si el angulo F E I, o B A D, fue recto, por la propos. 20. hallare la distancia pedida A B; pero reconociendo primero el angulo M I K, o A D B. Y tambien aunque el angulo F E G, o B A D, su igual, no sea recto, sino acuto, o obtuso, le reconosco, y tambien el angulo M I K, o A D B, su igual, y el espacio A D, y por la propos. 31. hallare la distancia pedida A B. Advierto, que entonces el angulo M I K del pantometra, es el, que esta operacion i.



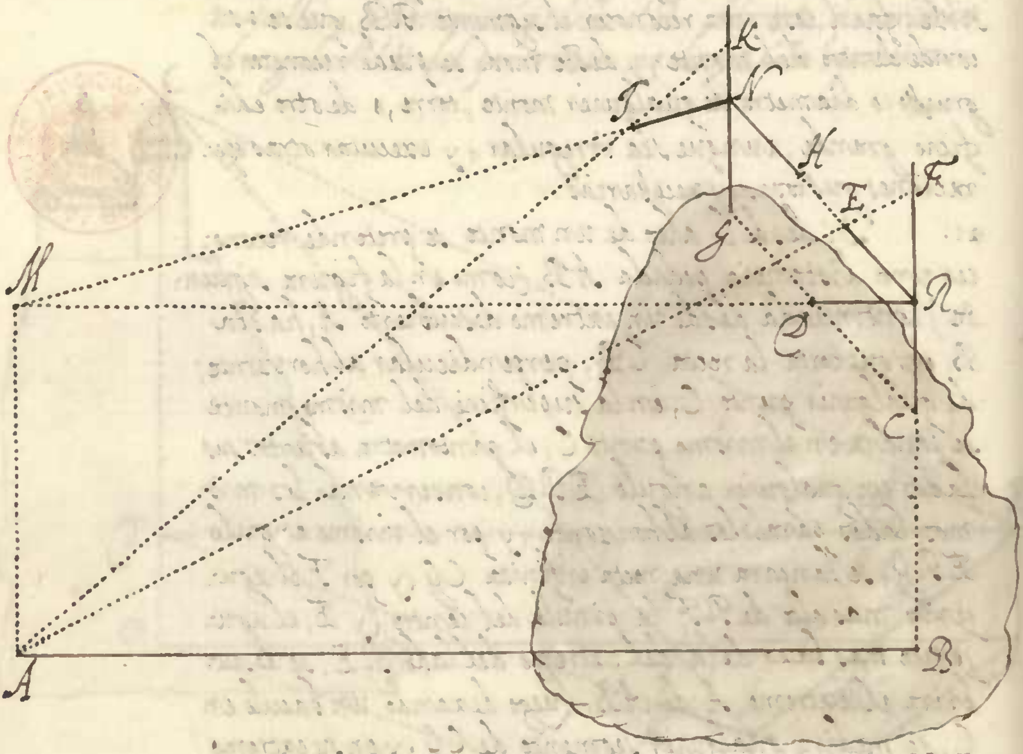
pida

pide, y igual con A D B, quando el rayo visual I C, haze con I K angulo igual con el, que E C, haze con E F. porq̃ entonces puestos los lados E G, I M, en una recta continuada E I, paralela con A D, I K, o I P, sera paralela con D B, la recta lançada entre D, y B, y el triangulo P E I, sera equiangulo, y semejante al triangulo C E I, por ser el angulo C E I, igual con E I P, y E I C, igual con P E I: y sera tambien P E I, semejante a B A D. Y reconocida deste modo la distancia toda pedida A B, si el punto R, es accessible, facil cosa sera reconocer el segmento R B, que se esconde dentro del monte: y deste modo se puede reconocer el gruesso, o diametro de qualquier monte, torre, o de otro edificio grande, aunque sea irregular, y executar otras operaciones gustosas, y necessarias.

21. Si desde lo alto de un monte se pretende reconocer una distancia pedida A B (como en la figura siguiente) continuada desde un extremo descubierto A, hasta B, en que corta la recta C B, perpendicular al horizonte; de qualquier punto C, en la superficie del mismo monte se pondra en el mismo punto C, el pantometra abiertos sus lados en qualquier angulo E R D, conservando los mismos lados paralelos al horizonte, y por el mismo angulo E R G, se lançara una recta infinita C G, y por F, el agujerito mas alto de R F, la pinula del centro, y E, el agujerito mas baxo de la del extremo del lado R E, se descubrira el extremo A, de A B. Luego dexando un baculo en C, se medira qualquier segmento de C G, y en su extremo G, se pondra el pantometra, y por el un su lado N H, se descubrira el baculo puesto en C, y se abriran los lados N K,

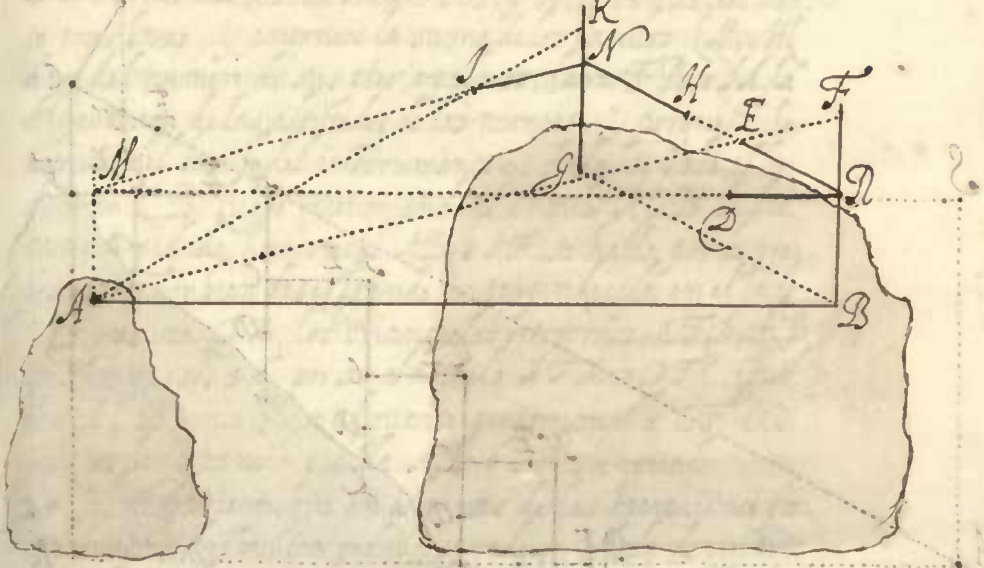
N K

N K, hasta que por K, el agujerito mas alto de la pinnula del centro N K, y por el agujerito inferior de la pinnula del extremo del otro lado N I, se buelve a descubrir el extremo A. Y assi reconocidos los angulos M N R; M R N, y el lado N R, que es ygual con G C, el lado R M, del triangulo R N M, o la distancia pedida A B, se hallara por la propos. 29. si el angulo M N R, se haze recto; o por la propos. 31. si se pone acuto, o obtuso, y tambien el angulo M N R, sale acuto, o obtuso.



22. Si se pretende reconocer la distancia A B, entre

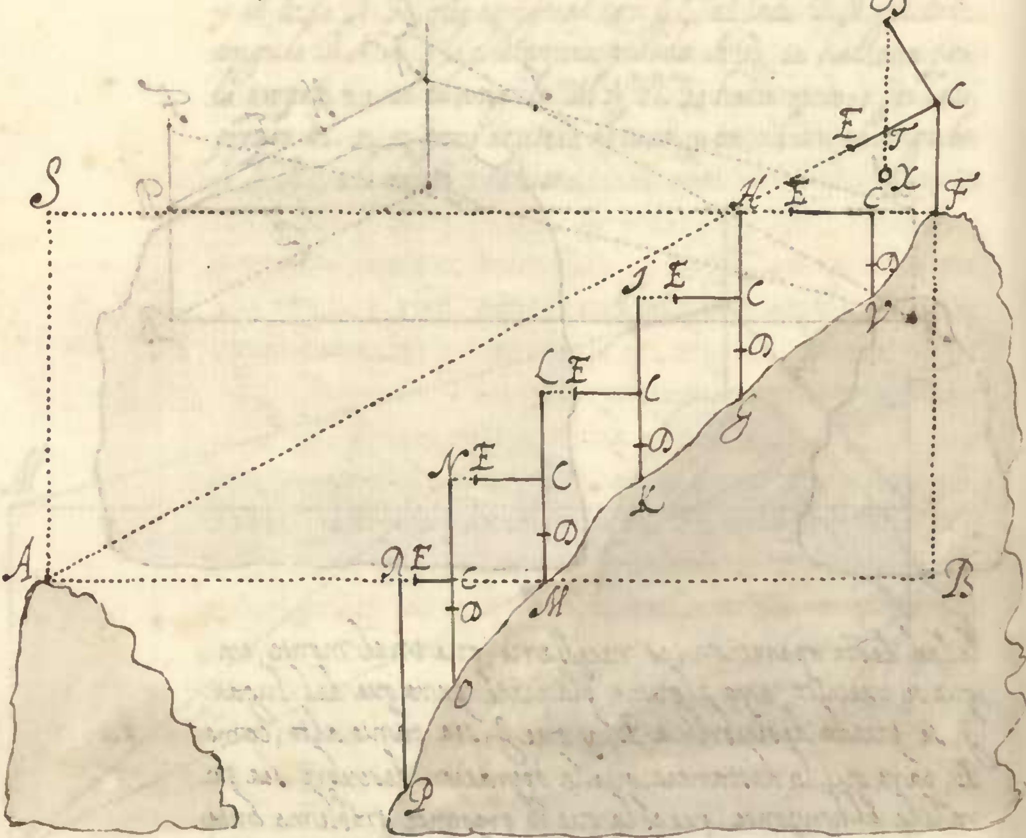
tre dos montes; no entre los pies dellos, sino entre dos qua-
lesquier puntos de sus superficies; la operacion se execu-
tara por la direccion del §. precedente del modo, que en
la presente figura se vee. Y advierto, que para la faci-



lidad desta operacion, es necessario, que en el monte, en
que se executa aya alguna planicie para que del lugar
G, se pueda descubrir a B; y que G, sea tanto alto, como
B, para que la distancia, que la operacion descubre sea pa-
ralela al horizonte, que es la que el presente problema trata

23. Si se pretende reconocer la distancia entre A,
y F, los vertices de dos montes de desigual altura desde
el mas alto. Se buscara primero (como en la figura q se
sigue) el perpendicular FB, o IA, que es la diferencia
de sus alturas. (en caso, que en el monte mas alto no uvie-
re

ro planicie, que de lugar a la operacion del §. precedente) deste modo. Pondre un baculo HG, perpendicular al horizonte en parte de la superficie del monte mas alto de tal modo, que puesto el pantometra en lugar mas alto V, y en an:

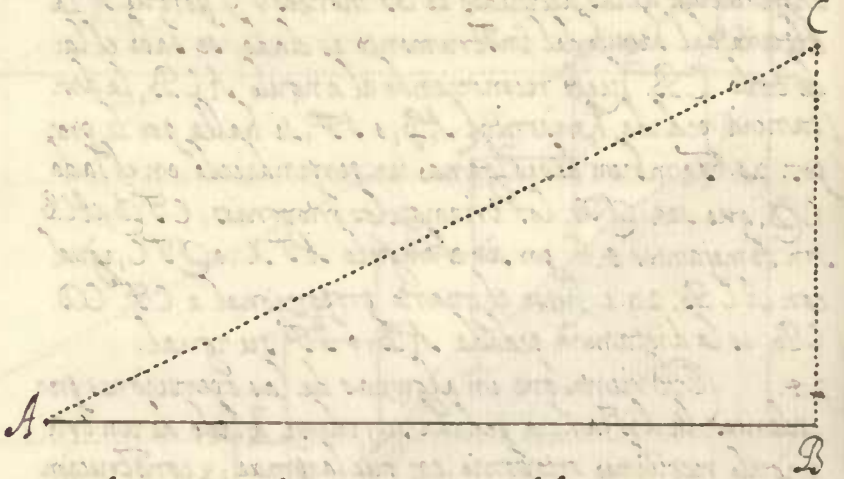


gulos rectos, se puede descubrir por el un lado F, el vertice del monte, y H, el vertice del baculo puesto en G, Luego mudado el instrumento a G, lugar del baculo HG, se ponara otro en lugar mas baxo, como K, y perpendicular al horizonte

-zonte, de modo, que como antes el instrumento quede paralelo al horizonte (entiendo el un lado CE) y pueda descubrir a I, el vertice del baculo IK, y se procedera del mismo modo hasta, que el instrumento descubra junta mente el vertice del ultimo baculo NP, y A, el vertice del monte mas baxo. Y entonces la suma de los baculos LM, y HL digo del numero de sus pies, o palmos, dara FB, o IA, la differencia de las altitudes de los montes. Y porque F, la altura del baculo del instrumento es dado, se sabe el lado todo CB. Luego reconociendo el angulo ACB, la distancia pedida horisontal AB, o SF, se halla por la propos. 20. Tambien descolgando un perpendiculo en el lado CD, que sea DX, los triangulos ortogonios CTD, ACB son semejantes 4.6. por ser el angulo ATX, o DTC, igual con ACB. 29.1. Luego el quarto proporcional a CF, CD, CB, es la distancia pedida AB, o SF, su igual.

24. Advierto, que en algunas de las operaciones precedentes la distancia pedida se reduse a lado de un triangulo rectilineo ortogonio, en que la praxe, y construcion descubre el otro lado, y le suppone dado y tambien descubre el angulo acuto adjacente, o el angulo acuto opuesto al tal lado, o distancia pedida. Y en estos casos la operacion remitte el descubrimiento de la tal distancia a las propos. 21, y 20; y usè deste modo de proceder, porque hablè siempre en todas las tales operaciones uniforme mente del pantometra, y radio, que entrambos le admitten. Pero à hora hablando particular mente del pantometra, añado, que usando del en qualquier de los casos referidos, no es necessario descubrir la cantidad del angulo adjacente, o del angulo oppues-

to a la distancia pedida, ni hazer calculo alguno en el pantometra, para descubrir la tal distancia. Explicarmelo he con dos exemplos, que contendran los mismos casos referidos. Demos que A B, es la distancia pedida, y dada la altura perpendicular C B. En este caso obrando por el pantometra, no es necessario descubrir la cantidad de el A, el angulo acuto adjacente al lado, y distancia pe-



dida A, sino solo puesto el centro del pantometra en A, y por las pinulas del un lado descubrir el punto B, y por las del otro descubrir el punto C. Y luego sin reconocer el angulo, que los lados de la escala de partes iguales hazen poner el principio de la escala de partes iguales de la regla del pantometra perpendicular sobre el lado de la escala de partes iguales del pantometra, y correr la tal regla por el mismo lado hasta, que quede intre los lados de la escala del pantometra intercepto un numero, que represente el de los palmos, pies, passos, o vergas de la altura dada C B

C B. Porque entonces el numero del lado dela escala del pantometra que apunta, dara el de los palmos, pies, passos, o vergas de la distancia pedida A B. Demos en segundo lugar, que la distancia pedida A B, no es accessi:ble ya en A, sino en B; y que C B, es la altura dada; o es:pacio reconocido. En este caso tan poco es necessario recono:cer la cantidad del angulo C, obrando por el pantome:tra: sino poniendo el centro del pantometra sobre el punto C, por las pinulas del un lado descubrir el punto B, y las del otro, el punto A, y luego poner el principio de la escala de partes iguales de la regla perpendicular sobre el un la:do de la escala de partes iguales del pantometra, y en el termino del numero de los palmos, pies, o passos del espa:cio reconocido C B: porque entonces el numero de la esca:la de la regla interior entre los lados de la escala de partes iguales del pantometra, dara el de los palmos, pies, o passos de la distancia pedida A B. Y de aqui se infiere como se obra por el pantometra en qualquier semejante caso de este, o de los futuros problemas, quando se pretende summa expedicion. Y assi no sera necessario repetirlo

25. En los §§. precedentes queda demonstrado co:mo por el pantometra se mide, y se descubre la cantidad de qualquier distancia pedida, dada una altura per:pendicular en el extremo inaccessible, o en el extremo ac:cessible; y como tambien se descubre sin altura perpen:dicular dada en qualquier de sus extremos, en caso, q se de campo libre, en que se puede descrivir una, o mas li:neas por qualquier delas bandas de tal distancia, q haga con ella qualquier angulo rectilineo; en caso, que

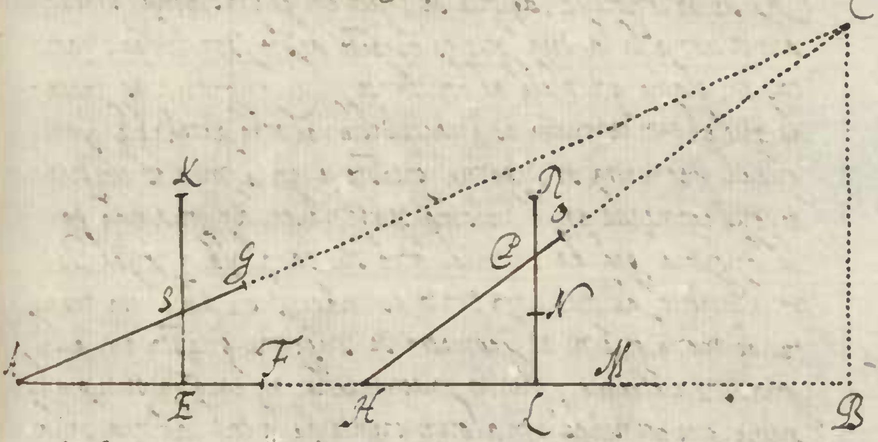
esta

esta tal linea, o lineas se pueden lançar en el mismo campo, o plano, en que la misma distancia yaze, o en otro su paralelo; y en caso tambien, que el un extremo de la tal distancia no solo sea inaccessible, sino tambien occulta, y invisible del Geometra. Con todo para la perfecion del presente problema resta practicarle en dos solos casos, de quantos son imaginables, que aun faltan. El uno es dado, que ni el Geometra tiene dada altura perpendicular en el extremo accessible, o inaccessible de la distancia pedida, ni tan poco puede lançar, y medir linea recta por qualquier de las dos bandas de la tal distancia; sino solo continuarla, que es lançar, y medir una recta, que sea su continuacion. El segundo caso es quando ni tiene altura dada en el uno, o en el otro extremo de la distancia pedida, ni tan poco puede lançar, y medir linea recta, que haga angulo alguno con ella, o que sea su continuacion. Estas operaciones se executan por el radio, y pantometra; pero dexando el radio, cuyas operaciones se hallan en la Arithmetica practica

26 Adviertasse, que por el Pantometra con el ayuda de la regla applicada su escala de partes yguales a la de partes yguales del mismo pantometra, se puede obrar reconociendo los segmentos mayor, y menor en entrambas distancias, y su differencia: advertiendo, que el segmento de la escala de la regla intercepto entre los lados de la escala de partes yguales del pantometra en la 1.a estacion, se applicara en la 2.a Y assi obrando por el pantometra, en la 1.a estacion K, se puede poner la escala de partes yguales en L el termino de qualquier

segmento

segmento HL, y notar PL, el segmento intercepto de la regla, y conservandola en el mismo lugar en la segunda estacion A, notar ES, el segmento intercepto. Porque avi-



do la differencia PN, y AH, la differencia de las estaciones, se buscara el quarto proporcional a PN (la differencia de los segmentos SE, y PL), a AH (la differencia de las distancias AB, y HB) y a PL (el segmento mayor); porque es AB, la distancia mayor. Porque HB; BC :: HL; PL; y AB; BC :: HL o AE; SE. Luego HB; AB :: ES; LP; o que es lo mismo LN; HB :: LP; AB. Luego tambien PN; AH :: LP; AB. y porque LP; AB :: LN; HB; y LP; AB :: PN; AH: se infiere, que PN; AH :: LN, o ES; HB. Luego el quarto proporcional a la differencia de los segmentos de la regla, a la differencia de las distancias, y al segmento menor, es la distancia menor AB.

Propos. 52ª. Probl. 52°

Como

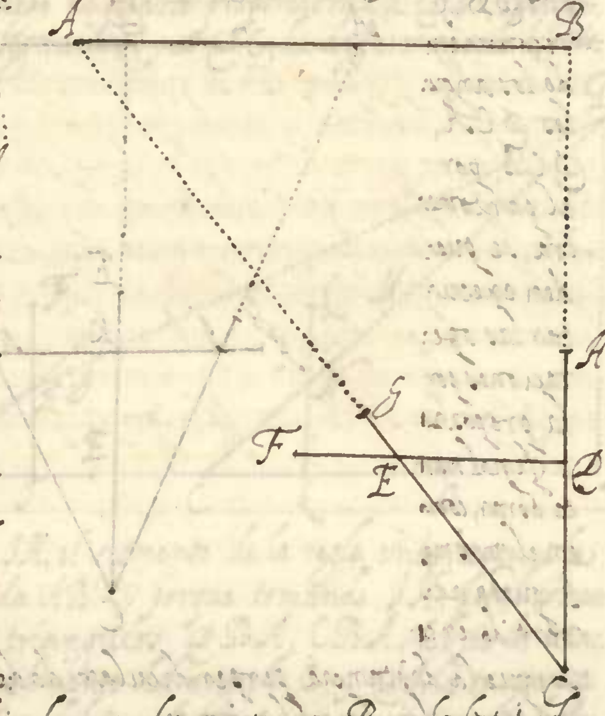
Como se reconoce la cantidad de qualquier latitud pedida.

Assi la longitud, de que se trato en el problema precedente, como la latitud, que es objecto deste, son lineas rectas en plano paralelo al horizonte. La longitud es recta de que el un termino es inaccessible; el otro accessible; y en que el Geometra se suppone puesto, o por lo menos en punto, que coincide en la misma perpendicular, quando por la longitud pedida se mide otra su paralela, y igual. Pero la latitud, de que aora trato es inaccessible absoluta mente, de modo, que ni el Geometra se suppone puesto en algun su extremo, o punto intermedio; ni en otro punto alguno, que coincide con algun punto de la tal latitud en la misma perpendicular. Por lo qual en terminos mas generales propios si llamè latitud intervalo de los objectos absentes del geometra en el mismo plano perpendicular a la vista; porque aunque la recta, que es la latitud pedida real mente existe algunas veses en plano paralelo al horizonte en mayor, o menor altura, que el plano perpendicular a la vista, el Geometra por ella ordinaria mente reconoce, y mide otra recta su igual, y paralela lanzada en plano perpendicular a su vista.

2. Si la latitud pedida es A.B, y la distancia dada C.B, perpendicular a un su extremo B, C.K, C.G, lados del pantometra de su escala de partes iguales, F.G la regla, y escala de partes iguales de la misma regla, la execucion sera mucho breve, si F.D. corta a C.K, lado del pantometra en numero, que represente el de los pies, o

passos

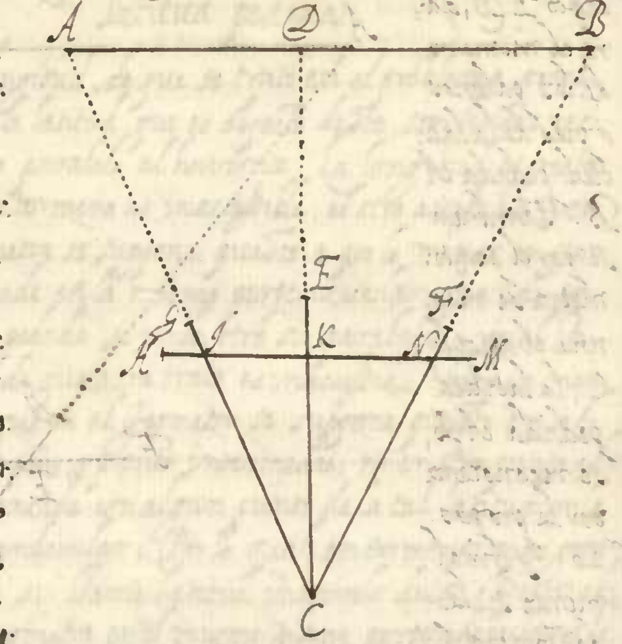
passos de la distancia dada CB. y el segmento interecepto ED, dara el numero de los palmos, o pies de la latitud pedida AB. Tambien si por el pantometra se reconoce el angulo C, la latitud pedida AB, se reconocera por la propos. 20. Y finalmente si la distancia CB, no solamen-



te es perpendicular en el un extremo B, a la latitud pedida AB, sino tambien perpendicular al horizonte, se procedera del modo, que en el problema precedente §. 89, y 10. supponiendo, que la recta AB, de la figura del §. 8. es la cantidad pedida, y inaccessible, y la distancia, o altura dada EB.

3. Y si la distancia dada CD, es perpendicular a la latitud pedida AB, no en el un extremo A, o B, sino en algun punto intermedio D, como en la figura siguiente; se obrara por el pantometra del modo que queda advertido en el §. precedente, reconociendo

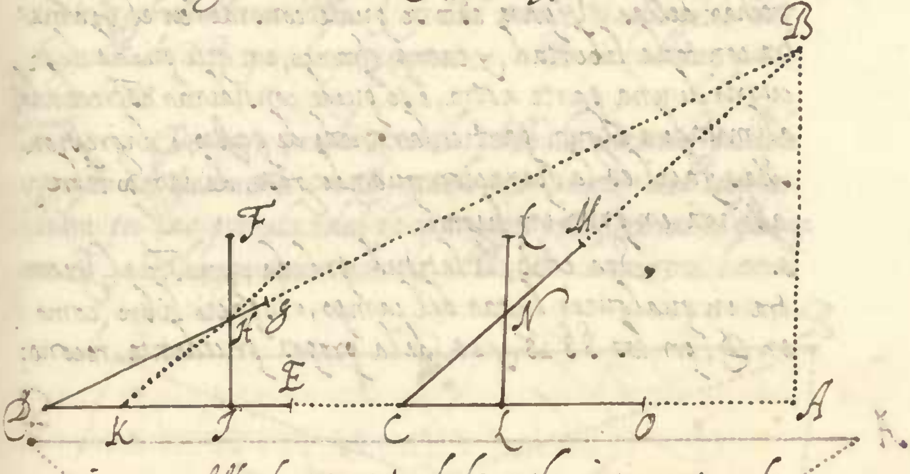
ciendo primero el un segmento de AB, AD, y luego el otro DB; y reconociendo los angulos DCA, DCB, por el pantometra, se pueden executar las operaciones por la propos. 28. y finalmente obrar, como en el mismo §. queda advertido en caso, que la distancia perpendicular dada CD, se pone perpendicular al horizonte.



4. En caso, que CA, o DA, la recta perpendicular a la latitud pedida AB, en el un extremo A, no es dada, se obrara por el pantometra por la direccion de lo advertido en el probl. precedente §. 26. con poca alteracion de las analogias, que demonstran. Porque o se puede obrar por la direccion del mismo §. buscando CA, y luego AB por el §. 2. deste problema. Y mas brevemente siendo por la construccion IH, igual con NK, y DK, la differencia de DI, y CK, los segmentos del lado del pantometra; tenemos, que DI; DA :: IH; AB.

tenemos

tenemos mas que ĐK; ĐC :: ĐI; ĐA. Luego ĐK; ĐC :: IH; AB. Luego el quarto proporcional a ĐK, la differencia de los segmentos, y a ĐC, la differencia de las dis-

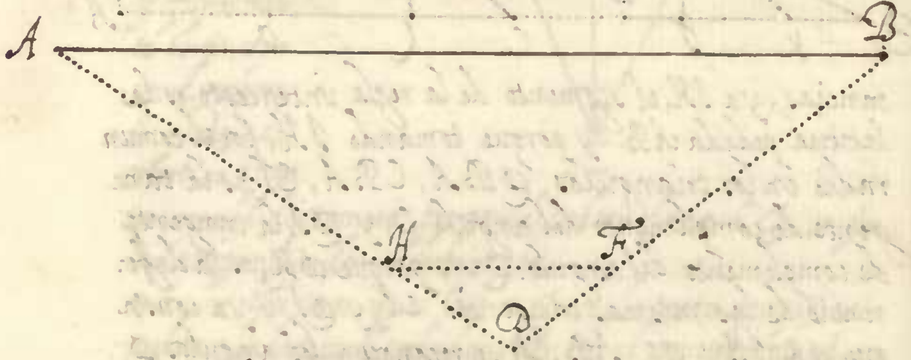


tancias, y a IH, el segmento de la regla intercepto, es la latitud pedida AB. Y porque tomando IH, por el comun radio en los triangulos ĐBA, CBA, CL, es la tangente de complemento del angulo C, y ĐI, la tangente de complemento del angulo Đ. Y porque ĐK, es la differencia de las mismas tangentes CL, y ĐI, y ya consta que ĐK; IH :: ĐC; AB. Si se reconocen los angulos Đ y C, el quarto proporcional a ĐK, la differencia de las tangentes de complemento de los angulos Đ, y C, al radio IH, y a ĐC, la differencia de las distancias, es la latitud pedida AB. Y finalmente reconociendo los angulos Đ, y C, se hallan los angulos ĐCB, y ĐBC. Luego medido ĐC, se halla CB, por la propos. 31, y AB por la propos. 18.

5. Si el Geometra no se puede aprovechar de alguna

na distancia dada, o no dada perpendicular a la latitud pedida en el un su extremo, o punto intermedio, sera necessario, que busque una, o mas distancias. para se aprovechar dellas. Y para esto se puede considerar el Geometra con toda libertad, y campo franco, en que pueda descurrir de una parte a otra, ó se puede considerar estrechado, o limitado a algun particular modo de passeo, o digression. Mas facil es la operacion quando goza de campo libre, y assi ira en primero lugar.

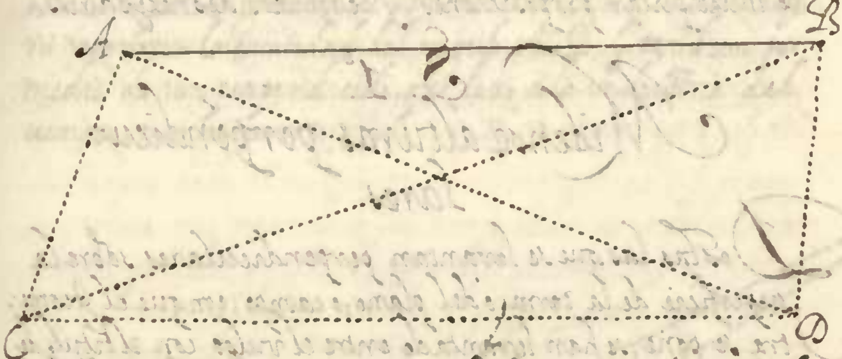
5. Sea AB, la latitud pedida, puesto el Geometra en qualquier lugar del campo, o espacio libre, como en D, por los §§ 13, y 14. de la propos. precedente reconocera las distancias AD, BD, en las mismas distancias DB, DA, tomara DF, segmento, que contenga tantos pies, quantos son los passos de DB, y en DA, el segmento DH, de tantos pies, quantos son los passos de DA. Porque reconocido el numero de los pies de HF dara el de los passos de la latitud pedida AB. Tambien reconocidas DA, DB, y puesto el centro del pantometra en D, y vistos los extremos A, y B, por sus pinulas, si



La

la escala de partes iguales de la regla se applica a la de partes iguales del pantometra en los terminos de los numeros, que representan DA, y DB, el segmento intercepto, representara AB. Y finalmente reconocido el angulo ADB, por el pantometra, AB, se hallara por la propos. 33.

6 De otro modo. siendo AB, la latitud pedida puesto el Geometra en D, qualquier lugar del campo libre por las pinulas del pantometra reconocera el extremo B, y C. lugar apartado de AB, por la misma banda



de D, y de camino reconocera el otro extremo A, y por el consiguiente los angulos BDC, BDA, con que el angulo ADC, se descubre tambien, y mudado el Geometra de D, en C, reconocera los angulos ACB, ACD, BCD, y midiendo el lado CD. Porque tiene en el triangulo CBD, todos los angulos, por la propos. 32. hallara el lado DB. y porque en ACD, tiene el lado CD, y todos los angulos, por la propos. 31. hallara AD. Pero dados AD, BD, y BDA, hallara AB, del modo, que en el §. precedente queda advertido.

Propos.

Propos. 53ª Probl. 53º

Como se reconoce la cantidad de qualquier altura pedida.

Aunque la altura de qualquier figura plana, o solida en todo rigor, y propriedad geometrica es la perpendicular entre el vertice, y basis de la tal figura: en esta operacion en termino general por altura significare qualquier linea recta, que se imagina medible en plano no paralelo al horizonte, que es en rectos, o obliquos, por no multiplicar proposiciones, y terminos desnecessarios.

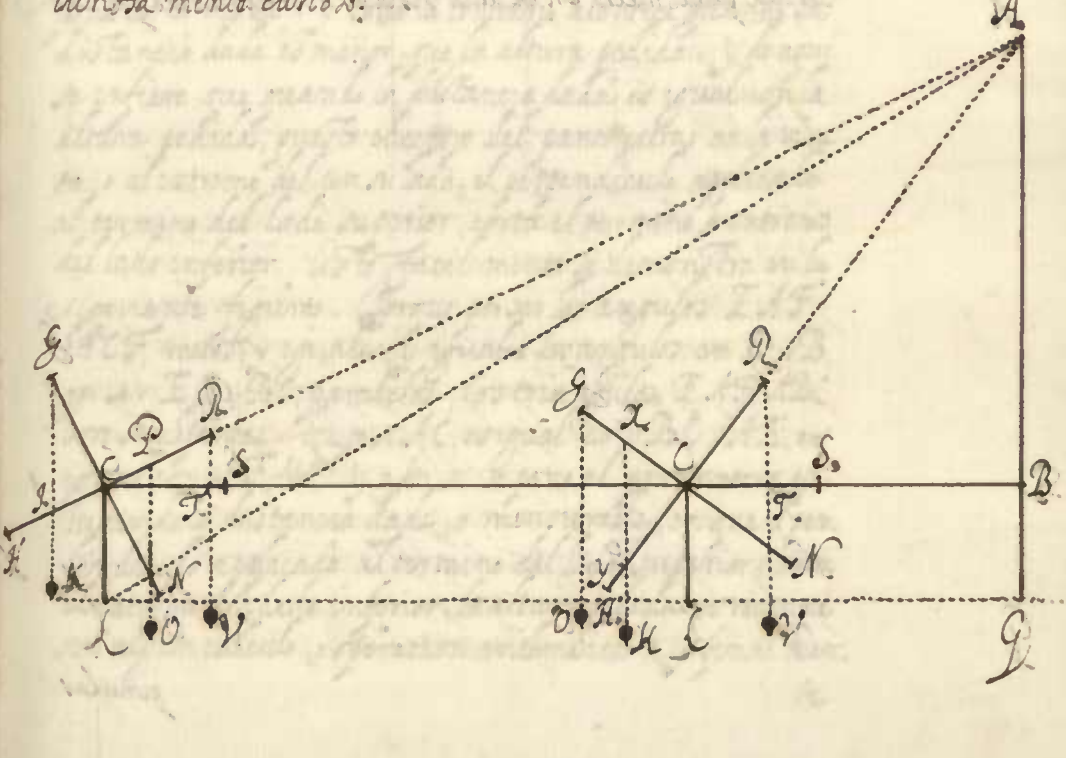
§ 1º

Midense alturas perpendiculares.

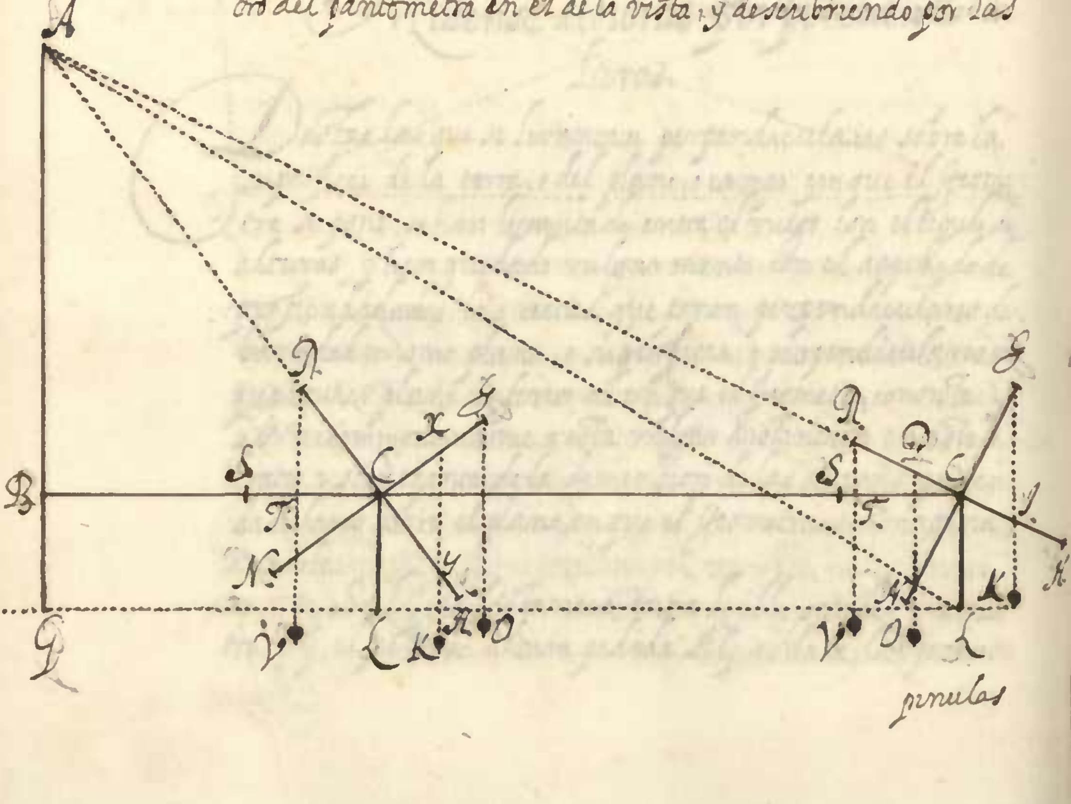
Destas las que se levantan perpendiculares sobre la superficie de la terra, o del plano, o campo, em que el Geometra se pone, se han levantado entre el vulgo con el titulo de alturas; y han quedado vulgar mente con el appellido de profundidades, las rectas, que ponen perpendiculares debaxo del mismo plano, o superficie, o perpendiculares a qualquier plano inferior al en que el Geometra consiste. Y assi accommodandome a esta vulgar distincion en este §. tratare sola mente de la dimension de las alturas perpendiculares sobre el plano, en que el Geometra se imagina, o existe.

2. Si LG. la distancia, entre L el lugar del Geometra, y G, el pie de la altura pedida AG, es dada, la operacion se

se executa facil mente por el pantometra, o sin el; y de-
xando el modo, con que sin el se executa, que se podra
ver en la Arithmetica practica; se apunta el con que se
executa por el pantometra. Y assi puede el Geometra reco-
nocer por el pantometra el angulo ACB, y dado el tal
angulo ACB, y la distancia CB, o LG, su igual, recono-
cer la altura pedida AG, por la propos. 20. Y tambien po-
niendo el un lado del mismo pantometra paralelo al hori-
zonte, y viendo por las pinulas del otro el vertice A, se
puede reconocer AB, por medio de la regla applicada a la
escala de partes iguales del pantometra, sin que sea necessa-
rio reconocer la cantidad del angulo ACB, y tambien por
medio de un perpendiculo, que dexo a la industria del
curiosa mente curioso.



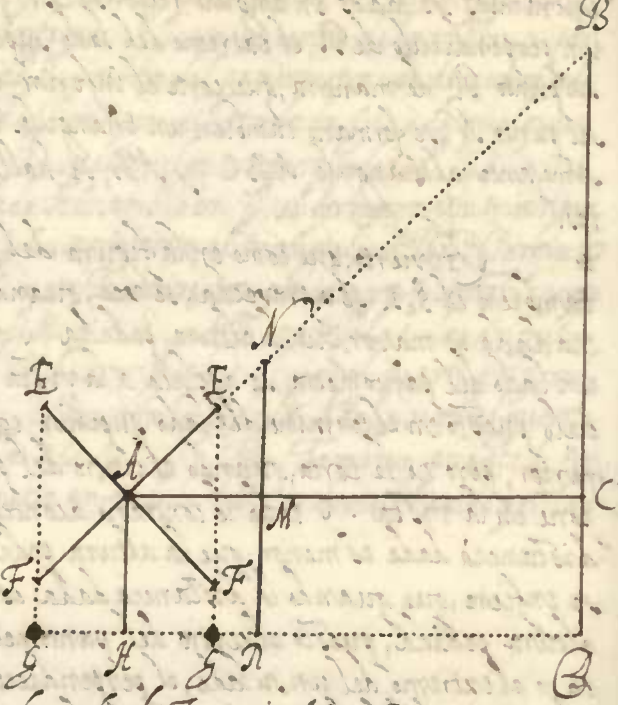
3. Tambien puestos los lados del pantometra en angulo recto, y el mismo pantometra sobre un pie CL, y H el lado inferior HC, en el centro de la vista: si por las pinulas de H, y centro del pantometra, se descubre el vertice A, y de G, extremo del otro lado GC, o de qualquier otro su punto X, se descuelga un perpendiculo GK, o XK, que corte el lado HC, en I, o en Y, se formara un triangulo GIC, o XYC, semejante al triangulo ABC. Porque los angulos en C, y en B, son rectos por la hyp. y constr; y por ser las rectas GK, y XK, y AB, paralelas, los angulos en I, en Y, y en A, son yguales: Luego el quarto proporcional a GI, IC, y CB, sera la pedida AB; o sera el quarto proporcional a XC, YC, y a CB: Tambien puesto C, centro del pantometra en el de la vista, y descubriendo por las



pinulas de CR, lado superior del pantometra (puesto entrambos los lados en angulo recto RCN) desciolgado un perpendiculo de R, el extremo del lado superior, ó de otro su punto R, de manera, que corte el inferior CN en algun su punto N, se formara tambien un triangulo RNC, o RNC, semejante al triangulo ABC, y AB, se hallara como antes.

4 Advierto, que como en la figura del §. 2. y de que tambien el §. 3. se aprovecha, se vee, quando la distancia dada es mayor, que la altura pedida, y el extremo de un lado del pantometra se applica a la vista, el perpendiculo puesto en el termino del lado superior corta el lado inferior; pero no le corta, quando el centro del pantometra se pone en la vista. Y todo lo contrario acontece quando la distancia dada es menor, que la altura pedida. Y de aqui se infiere, que quando la distancia dada es igual con la altura pedida, puesto el centro del pantometra en la vista, o el extremo del un su lado, el perpendiculo applicado al termino del lado superior, corta el termino, o extremo del lado inferior. Esto facilmente se demonstra en la siguiente figura. Porque por ser los angulos EAF, ACF, rectos, y iguales, y iguales los angulos en E, y B, por ser EG, y BC, paralelos, los triangulos EAF, ABC, son semejantes. Luego si AC, es igual con BC, AE, es igual con AF, &c. Y assi si se pone el pantometra en lugar de la distancia dada, o mensurable, en que el perpendiculo applicado al termino del lado superior, corta el extremo del lado inferior, la altura pedida se reconoce sin algun calculo, o operacion arithmetica. Y finalmente

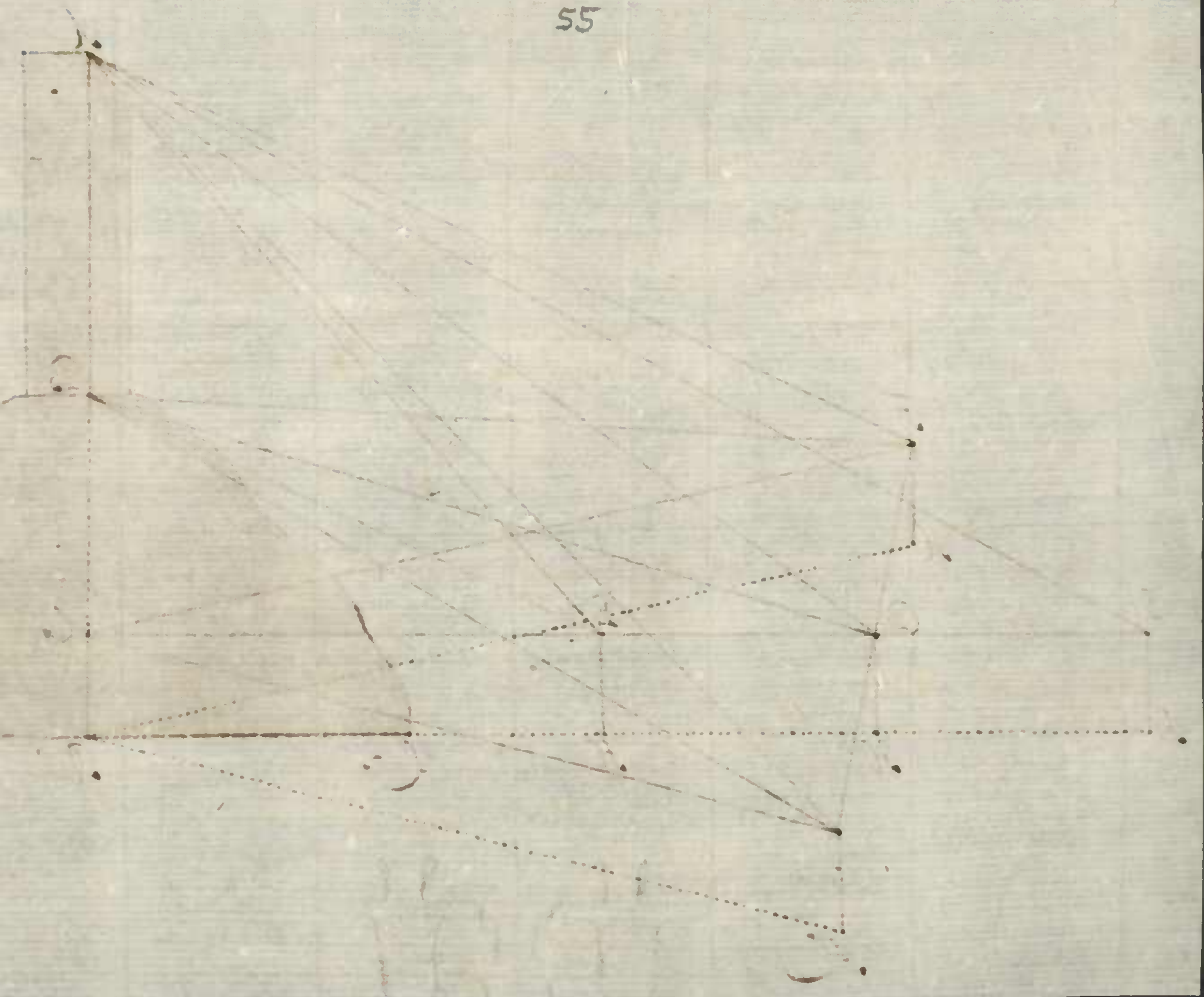
te si el pantometra AMN, se pone sobre su pie MN, el lado inferior paralelo, y el superior NM, perpendicular al horizonte: descubierto el vertice B, de la altura pedida por A, y N, los extremos de los mismos lados AM, NM, la altura

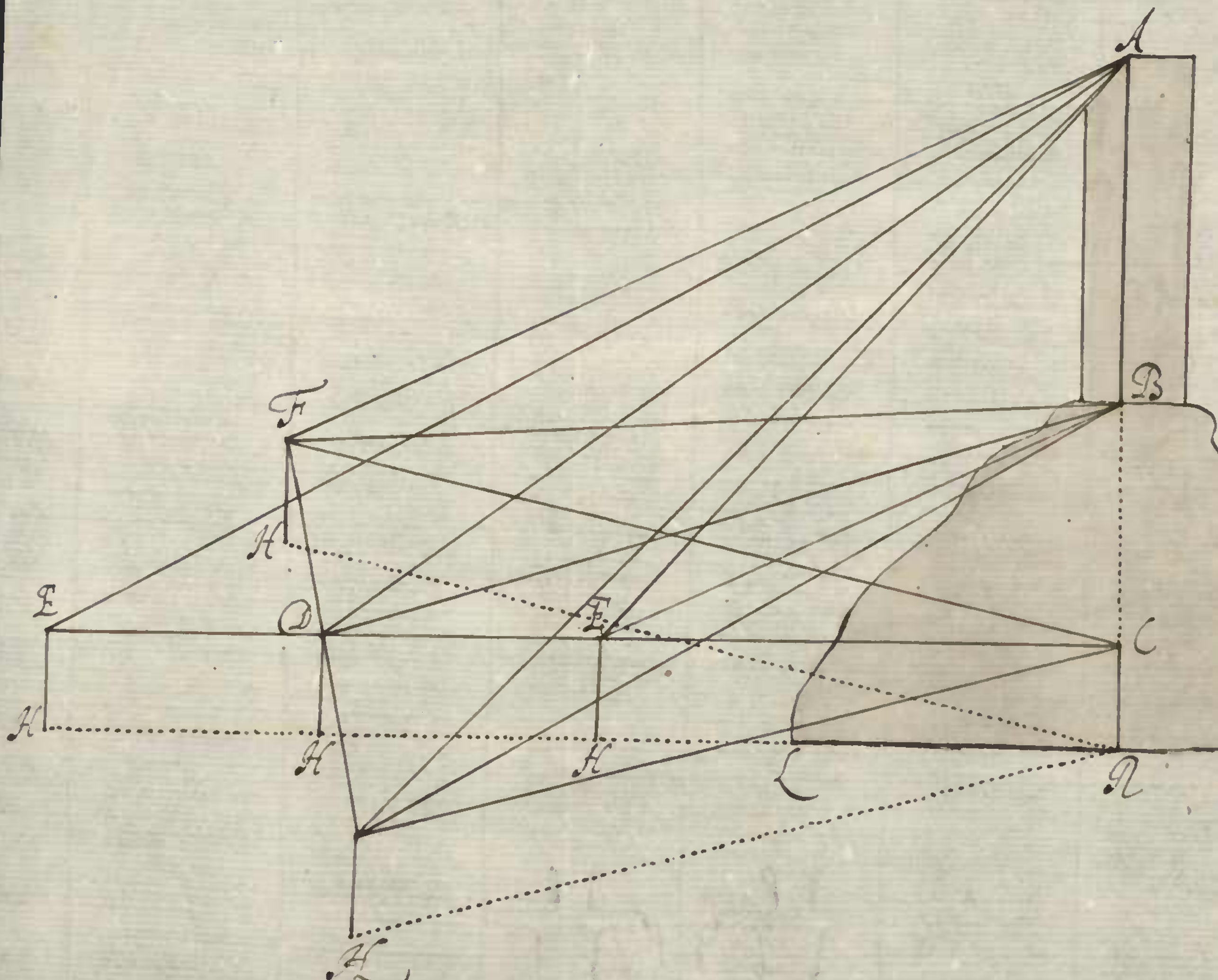


BC, sera igual con la distancia AC, Porque por ser NM, BC, paralelas, los angulos en N, y B, de los triangulos AMN, ACB, son iguales: y los angulos en M, y C, son rectos. Luego AMN, ACB, son semejantes, &c.

5. Y si la distancia entre el Geometra, y el pie de la altura perpendicular pedida no es dada se reconocera por alguno de los modos apuntados en la propos. 51. y se procedera del modo, que queda advertido en los §§. 2. 3. 4. desta propos. si la distancia reconocida es perpendicular a la altura pedida. Y assi las operaciones deste §. 5. y de los precedentes 2. 3. y 4. supponen,

que




A
B
F
H
E
D
E
C
H
H
H
L

que la distancia dada, o reconocida existe, y cai en su-
perficie plana a la qual la altura pedida es perpendicu-
lar.

6. Puede acontecer, antes de ordinario acontece, q
ni la distancia dada, ni reconocida cai en el plano, o
que la altura pedida es perpendicular. Y quando esto
assi acontece so puede reconocer no alguna distancia en
la superficie descubierta entre el Geometra, y la altura
pedida; sino una distancia paralela al horizonte, y
por el mismo caso perpendicular a la altura pedida conti-
nuada a lugar mas baxo del, en que su pie descubre, y por
medio desta distancia reconocer la tal altura; o se puede
reconocer la tal altura sin descubrir primero la tal distan-
cia occulta paralela al horizonte.

7. Sea AB la altura pedida de un edificio, o
torre puesto en un monte BLM, sea EH, o CR, la altu-
ra del Geometra, y el mismo Geometra puesto en D. Se-
marque se un punto C, en la superficie del, en que la
torre AB, se pone levantada, el qual punto C, represen-
tara otro interior en la continuacion de la recta AB.
dentro del monte. Y si halla tierra plana, en que pueda
retirarse de D, o acercarse por una recta continuacion
de DC, paralela al horizonte; facil mente descubrira
la altura AB, o AC. Porque primero, que sale del lu-
gar D, reconocera con el pantometra el angulo ADC, y
midiendo de camino la retirada DE, en E, reconocera
el angulo AED, y dado el triangulo ADE los angu-
los todos, y el lado ED, hallara DA, por la propos. 31. y
dados DA, y ADC, en el ortogonio ADC, hallara AC,
por

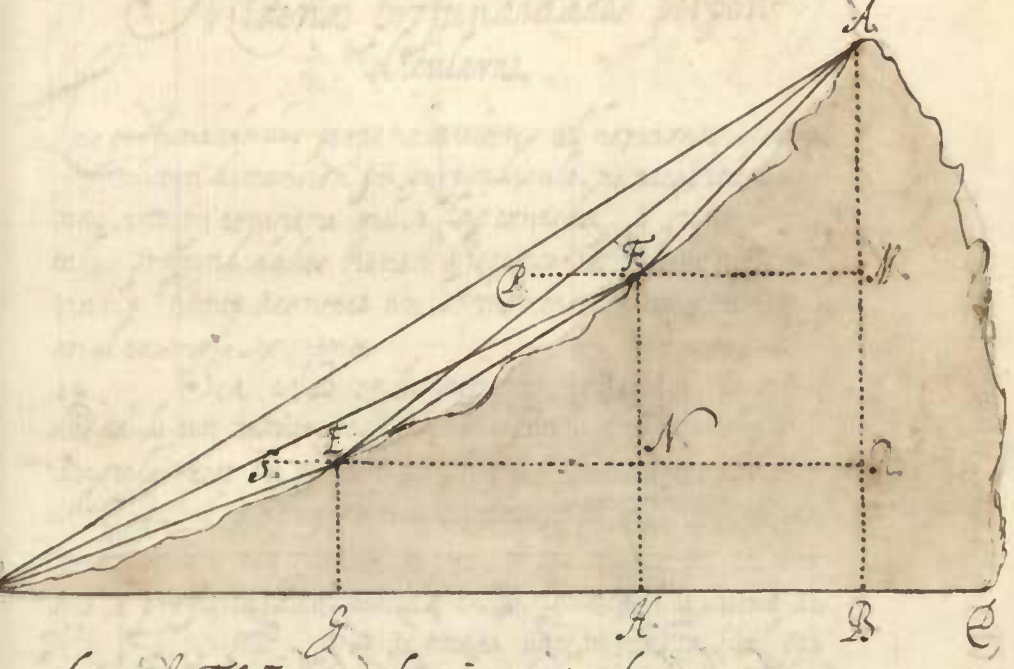
por la propos. 18, y tambien DC, por la propos. 22, o 19. Reconocerà luego el angulo BDC, y hallarà BC por la propos. 20: si no tiene campo plano para la retirada, y le halla para se acercar antes de se acercar, por linea recta hasta E, reconosca el angulo ADC, y de camino mida la distancia, y appropinquacion DE, y en E, reconosca el angulo AEC: y por la propos. 31. hallarà el lado EA: y AC, por la 18; EC, por la 19. o por la 22. y reconociendo el angulo BEC, hallarà BC, por la propos. 20.

8. Y en caso, que no tenga campo plano paralelo al horizonte, en que pueda retirarse, o acercarse a la altura pedida AB, por recta EC, perpendicular a su continuacion BC, como el §. precedente 7º. pedia retiresse, o acerquesse por otra recta, que haga qualquier angulo con DC, qual sea DF. Mida DF, y reconosca los angulos FDC, AFD, y por la propos. 31. hallarà el lado DC, si el angulo FDC, es obliquo, o por la propos. 28. si es recto. Y reconociendo el angulo ADC, hallarà AC, por la propos. 20. y por la misma BC, reconocido el angulo BDC. Puede tambien medir DF, y reconocer los angulos AFD, ADF, y hallar DA, por la propos. 31. Y luego proceder en busca de AC, y BC, como en el §. 7. se advierte.

9. En caso, que el Geometra no halle campo, y planicie paralela al horizonte, en que pueda hazer estaciones, y que no se pueda aprovechar de otra altura, en que el mismo Geometra exista, obrarà del modo siguiente.

10. Sea AFECD, un monte, cuya altura pedi-

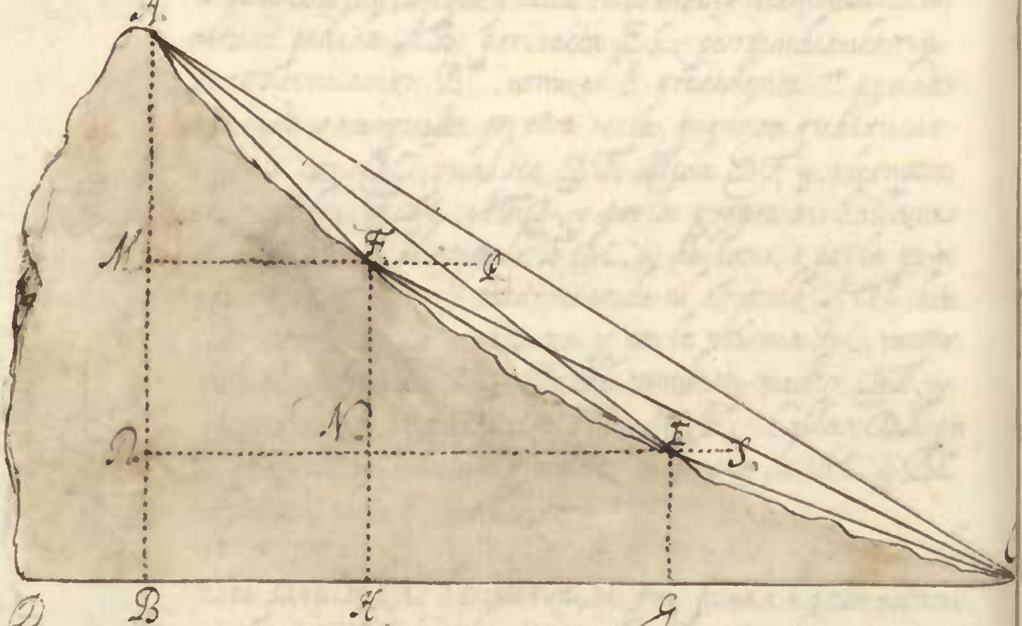
da es AB. Puesto el Geometra en C, principio de la subida reconociendo qualesquier puntos della E, F, A, &c. por medio del pantometra, tome los angulos ECG, FCH, y ACB. Mida tambien la subida, y estaciones largas C E, y puesto en E, si puede tambien llegar al punto F, reconosca los angulos FEN, AER; Sabido el angulo F E N, se halla su residuo FES y sabido el angulo AER se halla su residuo AES. Y porque CD, es paralela con SR, el angulo SEC, es igual con su alterno ECG. Luego añadido ECG, a FES, se halla el angulo CEF y deminuido el mismo angulo ECG, de FCG, se halla



el angulo FCE, y por el mismo caso, el tercer angulo CFE, en el triangulo CEF. y por el mismo modo

añadiendo

añadiendo E C G, a l E A, y deminuyendole de A C N, se hallan todos los angulos del triangulo C E A. Luego si el Geometra no puede passar de E, hasta F, lugar mas proximo de la cumbre A, dado en el triangulo C E A, el lado C E, y todos los tres angulos, hallara por la propos. 31. el lado C A, y porque hallo el angulo A C B, en el ortogonio C B A, hallara la altura A B, por la propos. 18. Si puede passar a F, porque en el triangulo C E F, tiene el lado C E, y todos los tres angulos, por la propos. 31. hallara el lado C F, y tambien el lado E F, y teniendo en el triangulo C F A, el lado C F, y los tres an-



gulos hallara por la propos. 31. el lado C A, y A B, como antes; hallara tambien el lado F A, por la misma propos. 32.

31. Tambien teniendo EF y el angulo FEN, hallara FN; teniendo FA, y el angulo AFM, tendra AM, y teniendo CE, y el angulo ECG, tendra EG, por la prop. 18. Mas en F, reconociendo el angulo AFM, halla su residuo AFP, que con FEN haze el angulo EFA, y deminuido el mismo FEN, de AER, dexa el angulo AEF y por el mismo caso en el triangulo AFE, el tercer angulo EAF. Y assi hallado EF se hallan EA, y FA, por la prop. 31. y AM, y AR, por la 18.

§. 2°

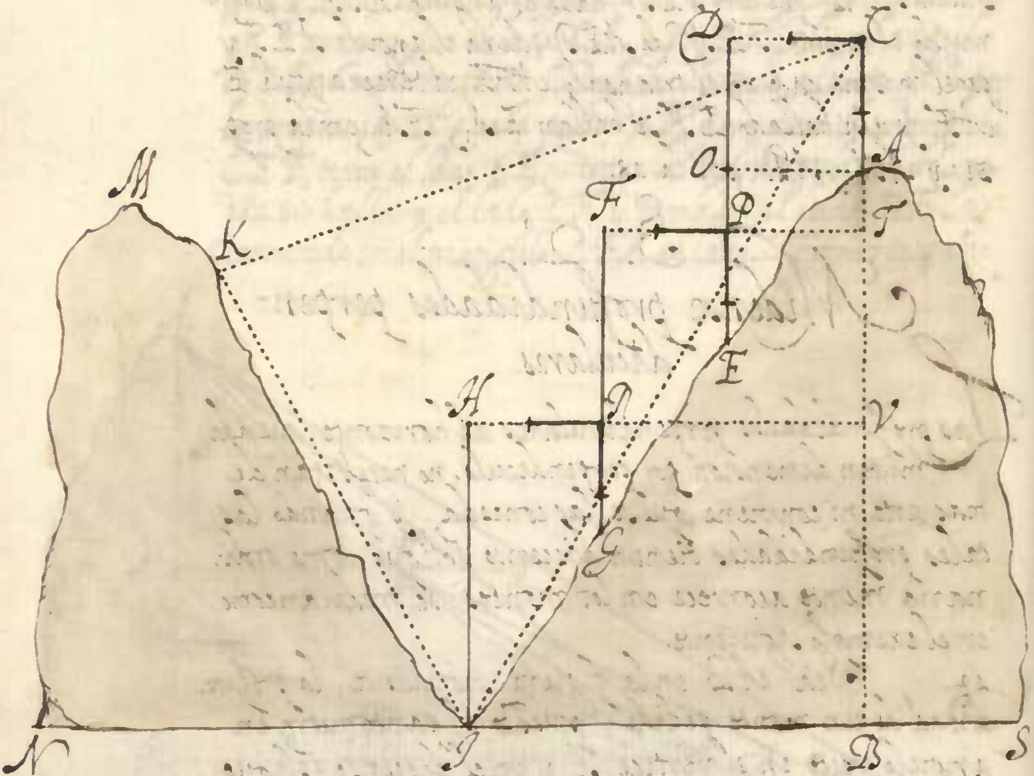
Midense profundidades perpendiculares.

11. Las profundidades perpendiculares al horizonte, que admitten dimension por perpendiculo, no necessitan de mas arte, ni conviene, que se las conceda. Y quando las tales profundidades tienen discenso obliquo, como ordinaria mente acontece en los montes, se mediran como en el exemplo siguiente.

12. Sea AB en la figura siguiente, la profundidad de un monte pedida, puesto el pantometra en angulo recto en el vertice A, y en el discenso obliquo AEGI, los baculos necessarios DE, FG, HI, &c. del modo, que en la figura se vee, facil mente se hallara, que la profundidad pedida AB, iguala a la suma de HI, FN, y EP. Y si se puede baxar hasta I, el pie del monte se puede aprovechar de la operacion del numero 10. Y tambien se puede arrojar del vertice A,

una

una piedra atada en un cordel, hasta otra altura, o mon-
te cercano NMI, y deste modo hallar en el triangulo
CIK, el angulo KCI, el angulo CIK, y el lado CK;
y luego el lado CI, por la propos. 31. y CB. por la 19.

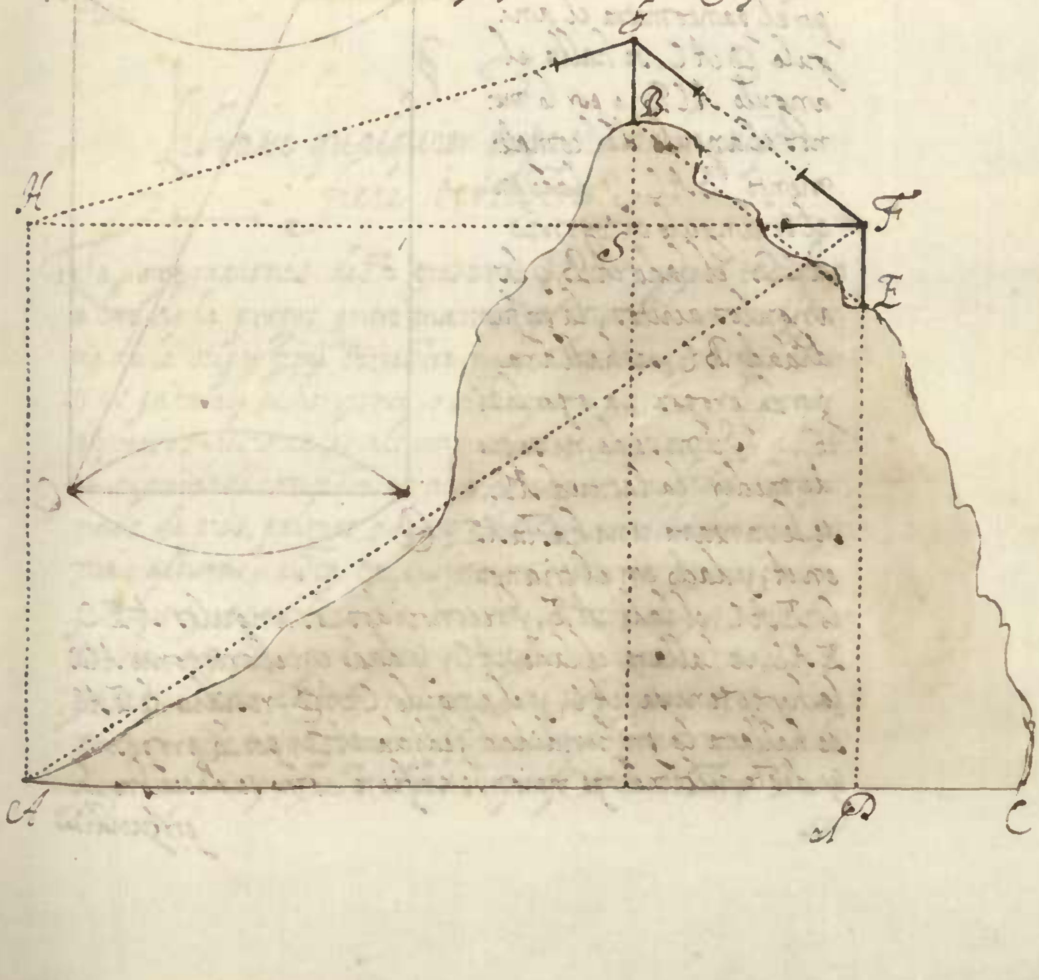


13. Pero porque AB, no es propriamente profun-
didad, sino altura, quando el Geometra puede llegar
a I, pie del monte; desde A, puede arrojar un cordel con
perpendiculo hasta I, pie del monte, y hallar la hypote-
nusa IC; y assi reconociendo el angulo ICB, hallar la
profundidad AB, por la propos. 19. Y si el monte tuvie-

re

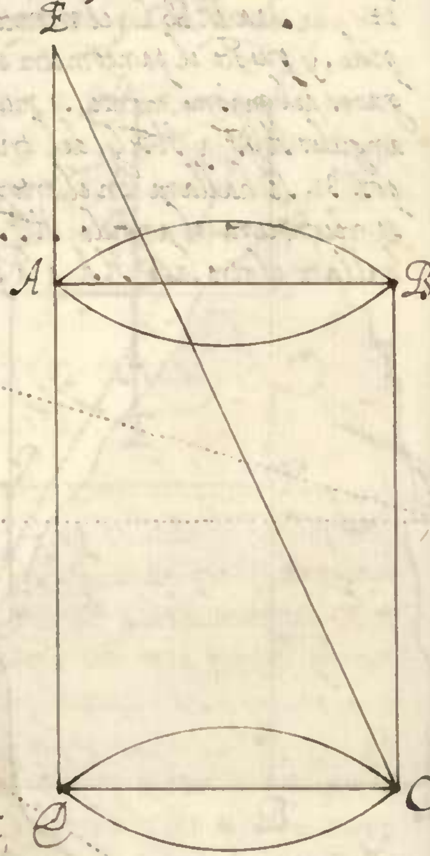
re planicie, en que se pueda hazer una estacion, se pueda reconocer su profundidad del monte, que aqui quiero apuntar.

14. Sea A. B. C, el monte, cuya profundidad se pide, y puesto el pantometra en E, y despues en B, dos lugares del mismo monte, se medira el lado FG, o EB, y los angulos HGF y HFG, del triangulo FGH; y por la propos. 31. se hallara en el ortogonio FHA el lado FH, y se reconocera el angulo HFA. y assi por la propos. 20. se hallara el otro lado HA, o la profundidad ED, que es



el intento.

15 Sea ABCD, un pozo, cisterna, o otro cuerpo semejante, cuya profundidad se pretenda medir. Si AB el diametro del pozo se sabe, o se puede medir se tomara por señal qualquier punto C, del suelo del mismo pozo, o en la superficie del agua, si la tuviere. Y reconociendo por el pantometra el angulo DAC, se halla el angulo ACB, o por lo menos el angulo del complemento BAC. Y dado en el triangulo ortogonio ACB, el lado AB, y los angulos acutos, la profundidad BC, se hallara por la propos. 20. o por la 21.



16 Si ni se da, ni se puede medir la latitud AB, se levantara una hasta AE en A, y dado en el triangulo EAC, el lado AE, y reconocidos los angulos AEC, EAC, se hallara el lado AC. Y dado en el ortogonio ACD, la hypotenusa AC, y el angulo CAD, residuo de EAC, se hallara la profundidad pedida AD, por la propos. 19. y desta ultima operacion se infiere, como se descubre la

profundidad

profundidad de qualquier torre, o de qualquier otro cuerpo perpendicular al horizonte, como facil mente se entendera dado; que el rectangulo A B C D, represen: te algun lado, o superficie perpendicular del tal cuerpo, o parte della. Tambien algunos Autores han querido inferir de las precedentes operaciones, que miden las profundidades, o alturas de los montes, el modo como se mi: de la profundidad de la sphera terrestre, que es negocio, y cuidado de summa importancia. Algunas operaciones, que para esto se hizieron, quedan en la Arithmetica practica.

§. 3.°

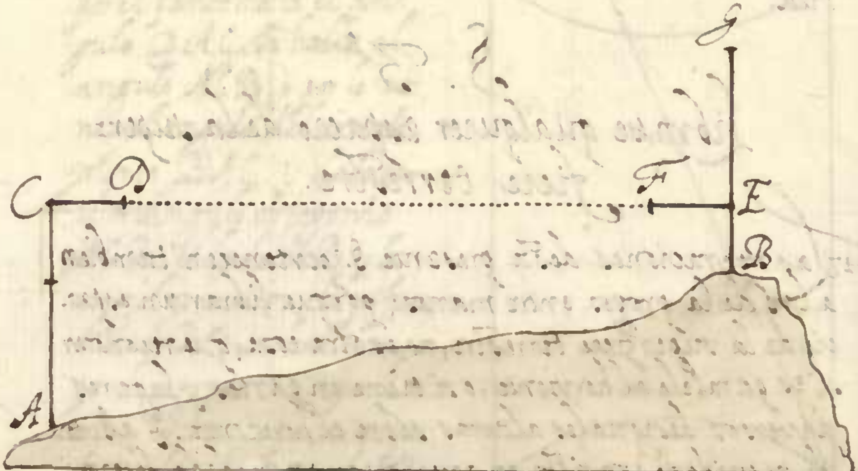
Librasse qualquier espacio de la super: ficie terrestre.

17 Las operaciones desta presente §. pertenecen tambien a las de la precedente entre manos; porque librar un espa: cio de la superficie terrestre, no es otra cosa, que reconocer si es paralelo al horizonte, o si tiene en partes, y lugares diversos desiguales alturas sobre el horizonte. Y assi to: do su cuidado consiste en averiguar en medida determi: nada de pies, palmos, o dedos las desigualdades de las mis: mas alturas. Esta tal libracion tiene dos principales, y ordinarias utilidades; la una es reconocer si una fuen: te, rio, laguna, o qualquier otra agua se puede conduzir por aqueducto abierto, o cerrado de un lugar a otro; la o: tra consiste en explanar, y igualar al horizonte qual: quier espacio propuesto de la superficie terrestre. Bien

se

se, que las operaciones deste §. se pueden executar por me-
dio de diversos instrumentos, que la Geometria ha inven-
tado mui proprios de semejantes effectos. Pero por no
salir del principal intento, que es mostrar los usos de
los instrumentos, de que el presente tratado ha hecho
repetida mension; hablaré sola mente dellos.

18. Si se proponen A, y B, dos lugares de la su-
perficie terrestre, que distan por poco espacio; y de que
se duda qual dellos es el mas alto: se pondrán en
ellos dos baculos CA, GB, perpendiculares, y de igual



longitud. Porque puestos los lados del pantometra
en angulo recto, el centro C; es el vertice del uno, y el
un lado paralelo a CA; y el otro lado CD, buelto al
otro lugar B. Y si por las pinulas de CD, se descu-
bre G, vertice del otro baculo GB, los lugares propues-
tos A, y B, son equialtos: B, es mas alto, que A, si
de

de C, se descubra parte intermedia de GB; y menos alto si de C, por las pinulas de CD, no se descubra parte alguna de GB. Y en este ultimo caso el centro del pantometra se baxara del vertice del baculo, en que la dimension se haze para algun punto medio del mismo baculo hasta descubrir el vertice del otro, como se vee en el baculo GB. Y si puesto el centro del pantometra en C, vertice del baculo CA, por las pinulas C, y D, se descubre no algun punto del otro baculo GB, sino punto de la superficie terrestre debaxo del pie de GB, B, es el mas alto, que A, por mas, que CA, o GB, y la differencia de las tales alturas es mas, que el mismo baculo. Y se descubrira por alguno de los modos ya advertidos. Y lo mismo se entiende, si el centro del pantometra mudado de G, vertice de GB, hasta el pie en B, no se descubre por las pinulas de EF, algun punto del otro baculo CA.

Esto es lo q̃ se pudo colegir de los usos del Pantometra sacados del Arithmetica practica del P.e Ygnacio Stafford de la Compañia de IESVS, en la qual está su fabrica, y la de la regla, que le acompaña, é juntamente la del radio instrumento, con que estas operaciones tambien se executan, y otras muchas, y como las mismas operaciones se executan sin instrumento alguno por medio de la geometria ordinaria, y trigonometria, como en la misma Arithmetica practica largamente hallarà la curiosidad de quien de todo lo quisiere saber.

Como pella Pantometra se tira a raiz quadrada de qualquer numero?

Tem a Pantometra duas faces, e em cada face duas ordens de linhas em cada lado com differentes divisoes que todas começaõ do centro. Huma destas faces tem nas linhas interiores divisaõ dos senos que acaba em 90 seno total, ou seno de 90°. E na mesma face as linhas exteriores que acabaõ em 10, representaõ as superficies. Na outra face as linhas interiores saõ partes iguais, e as exteriores representaõ os Cubos de qualquer quantidade.

Querendo pois saber a raiz quadrada de qualquer numero, tomo o tal numero na linha das superficies, ~~e virando a Pantometra~~ desde o centro da Pantometra para diante, e virando a Pantometra sem bolir com o compaço ponho hum pe no centro e o outro mostrara na linha das partes iguais a raiz que se busca.

Advirto que a linha das superficies ja se imagini dividida em 100, ja em 10000, ja em 1000000, e quando se divide em 100 a linha das partes iguais toda val 10; e quando se divide em 10000, entaõ a linha de partes iguais se divide em 100; e do mesmo modo a linha de partes iguais val 1000 quando

a linha de superficies val 1000000, & nella proporção
nos mais numeros adiante, & a rezão he porq̃ assim co-
mo 10 he raiz quadra de 100; assi 100 he raiz q. de
10000; & assi 1000 he raiz quadra de 1000000. Etc